



PLANEACIÓN, MONITOREO Y EVALUACIÓN COMO ESTRATEGIAS  
METACOGNITIVAS VINCULADAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
AUTÉNTICOS CON NÚMEROS DECIMALES

DANIEL ANDRÉS FANDIÑO RÍOS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES  
2018

PLANEACIÓN, MONITOREO Y EVALUACIÓN COMO ESTRATEGIAS  
METACOGNITIVAS VINCULADAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
AUTÉNTICOS CON NÚMEROS DECIMALES

DANIEL ANDRÉS FANDIÑO RÍOS

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Tutor

SANDRA MARÍA QUINTERO CORREA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES

2018

## DEDICATORIA

A Dios, por permitirme llegar hasta este punto y regalarme salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.

A mi madre quien siempre ha estado pendiente y ha sido una de mis más grandes motivaciones para emprender y culminar este proceso educativo.

A mi esposa Ana la persona quien creyó en mí desde el principio, me animó y me ayudo a levantarme en los momentos que creí desfallecer en este proceso.

A todos ellos mil gracias, les dedico el cumplimiento de este nuevo objetivo en mi vida.

## AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme la fortaleza necesaria para culminar y cumplir con los objetivos que me había trazado.

A la Universidad Autónoma de Manizales, por facilitarme el acceso a la formación como Magister.

A la Institución Educativa Distrital Tibabuyes Universal, ubicada en la ciudad de Bogotá, por brindarme el espacio para desarrollar este proceso investigativo.

A la asesora Sandra María Quintero Correa, por ayudarme a la elaboración de este trabajo investigativo.

A todos los profesores de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias, ya que sin sus valiosos aportes, no habría culminado este proceso investigativo.

## **RESUMEN**

Este trabajo presenta los resultados de la investigación cuyo objetivo consistió en analizar la incidencia que tiene la vinculación de la regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en la resolución de problemas auténticos con números decimales. El trabajo se llevó a cabo con estudiantes de grado cuarto, en la institución educativa distrital (IED) Tibabuyes Universal, ubicada en Bogotá, Colombia. La metodología utilizada es tipo explicativa, enmarcada dentro del enfoque cualitativo.

### **Resultados**

Inicialmente se encontró que la mayoría de los estudiantes no utilizaban ninguna secuencia de pasos para resolver un problema y que muchas de las acciones que son realizadas en este proceso, no son exteriorizadas. Adicionalmente, se observó que la inclusión de problemas auténticos, genera un *plus* de motivación en los estudiantes y que la vinculación de la regulación metacognitiva, mejora considerablemente el proceso de resolución de problemas.

### **Conclusiones**

Los problemas auténticos permiten que el estudiante se implique en un proceso de análisis más profundo del problema. La enseñanza de una heurística de resolución de problemas permite que el estudiante comprenda mejor el problema, realice diferentes representaciones mentales, elabore y lleve a cabo algunas estrategias para la solución y reflexione sobre sus fortalezas y dificultades. La vinculación de la regulación metacognitiva permite la elaboración, seguimiento y evaluación de estrategias que conduzcan a la solución de un problema auténtico.

**Palabras clave:** Didáctica de las matemáticas, regulación metacognitiva, planeación, monitoreo, evaluación, problemas auténticos, heurística.

## **ABSTRACT**

This paper presents the results of the research whose objective was to analyze the incidence of the linkage of metacognitive regulation (planning, monitoring and evaluation) in the resolution of authentic problems with decimal numbers. The work was carried out with fourth grade students, in the Tibabuyes Universal district educational institution (IED), located in Bogotá, Colombia. The methodology used is an explanatory type, framed within the qualitative approach.

## **Results**

Initially it was found that most of the students did not use any sequence of steps to solve a problem and that many of the actions that are carried out in this process are not externalized. Additionally, it was observed that the inclusion of authentic problems, generates a motivation bonus in the students and that the link of the metacognitive regulation, improves considerably the process of problem solving.

## **Conclusions**

Authentic problems allow the student to be involved in a process of much deeper analysis of the problem. The teaching of a problem solving heuristic allows the student to better understand the problem, make different mental representations, elaborate and carry out some strategies for the solution and reflect on their strengths and difficulties. The linking of metacognitive regulation allows the elaboration, monitoring and evaluation of strategies that lead to the solution of an authentic problem.

**Key words:** Didactic of mathematics, metacognitive regulation, planning, monitoring, evaluation, authentic problems, heuristic.

## CONTENIDO

1. PRESENTACIÓN .....	10
2. ANTECEDENTES .....	12
2.1. Resolución de problemas auténticos .....	12
2.2. Planeación, monitoreo y evaluación.....	15
3. ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	19
3.1. Pregunta De Investigación.....	20
4. JUSTIFICACIÓN .....	21
5. REFERENTE TEÓRICO .....	23
5.1. Resolución de problemas auténticos .....	23
5.2. Planeación, monitoreo y evaluación.....	27
5.3. Categorías, subcategorías e indicadores .....	31
5.4. Marco Legal.....	32
6. OBJETIVOS .....	32
6.1. Objetivo general .....	32
6.2. Objetivos específicos.....	32
7. METODOLOGÍA.....	33
7.1. Enfoque Metodológico .....	33
7.2. Contexto .....	33
7.3. Unidad de trabajo .....	34
7.4. Unidad de análisis.....	34
7.5. Instrumentos y fuentes de recolección de la información .....	34
7.5.1. MAI JR (Metacognitive Assessment Inventory Jr).....	34
7.5.2. Problemas auténticos.....	35
7.5.3. Entrevista semiestructurada .....	35
7.6. La unidad didáctica.....	36
7.7. Validación de los instrumentos .....	38
7.7.1. MAI Jr. ....	38

7.7.2.	Entrevista semiestructurada .....	39
7.7.3.	Problemas Auténticos.....	39
7.8.	Diseño metodológico (Diagrama de la investigación) .....	42
8.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	43
8.1.	Momento uno: Ubicación .....	44
8.2.	Momento dos (Desubicación).....	50
8.2.1.	Categoría resolución de problemas auténticos .....	50
8.2.2.	Categoría Estrategias Metacognitivas .....	58
8.3.	Momento tres (Reenfoque).....	70
8.3.1.	Categoría resolución de problemas auténticos .....	71
8.3.2.	Categoría Estrategias Metacognitivas .....	74
9.	CONCLUSIONES .....	81
10.	RECOMENDACIONES .....	83
11.	REFERENCIAS .....	85
12.	ANEXOS.....	89
12.1.	Anexo 1 - Unidad didáctica .....	89
12.2.	Anexo 2- MAI Jr.....	109
12.3.	Anexo 3 – Entrevista semiestructurada .....	109



## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Gráfico de resolución de problemas.....	25
Tabla 2. Categorías, subcategorías e indicadores para el análisis de la información.....	31
Tabla 3. Autenticidad de una tarea para primaria .....	40
Tabla 4. Verificación para tareas auténticas .....	41
Tabla 5. Familiarización con el problema.....	50
Tabla 6. Búsqueda de una estrategia apropiada .....	52
Tabla 7. Reflexión acerca del camino seguido AD2 - AD3.....	56
Tabla 8. Estrategias Alternativas - Momento de desubicación.....	65
Tabla 9. Evaluación proceso de aprendizaje - Desubicación.....	68
Tabla 10. Seguimiento al plan trazado - Entrevista semiestructurada .....	76
Tabla 11. Evaluación proceso de aprendizaje - Reenfoque .....	79

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Componentes principales de la metacognición.....	28
Figura 2. Modelo unidad didáctica.....	36
Figura 3. Diagrama de la investigación.....	42
Figura 4. MAI Jr. Primera aplicación.....	44
Figura 5. Desarrollo de la estrategia AD2.....	54
Figura 6. Desarrollo de la estrategia AD3.....	54
Figura 7. Desarrollo estrategia AU2 .....	55
Figura 8. Ítem 9-Cuestionario MAI Jr.....	59
Figura 9. Conocimientos previos AD2.....	60
Figura 10. Conocimientos previos AD3.....	60
Figura 11. Ítem 7 - Cuestionario MAI Jr.....	68
Figura 12. Desarrollo estrategia AU3 .....	73
Figura 13. Ítem 6 - Cuestionario MAI Jr.....	75
Figura 14. Ítem 8 - Cuestionario MAI Jr.....	78

## LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. Unidad Didáctica .....	89
Anexo 2. MAI Jr. ....	109
Anexo 3. Entrevista semiestructurada.....	109

## **1. PRESENTACIÓN**

La presente investigación surgió en el marco del desarrollo de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias, buscando analizar la incidencia que tiene la vinculación de la regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación), en el proceso de resolución de problemas auténticos asociados a los números decimales.

Con esta propuesta se quiso contribuir a la solución de ciertas problemáticas que se habían estado presentando dentro de la institución educativa. Entre ellas, la falta de conocimiento que tienen los estudiantes sobre las acciones que deben realizar a la hora de emprender la resolución de un problema; la poca utilización de problemas que por su información y datos, pueden asemejarse con situaciones que puedan ocurrir en espacios fuera de la escuela (problemas auténticos) y la poca inclusión que han tenido las estrategias metacognitivas dentro de las clases de matemáticas.

El trabajo se llevó a cabo con 25 estudiantes de grado cuarto de educación básica primaria, en la Institución Educativa Distrital (IED) Tibabuyes Universal, localizada en la ciudad de Bogotá, durante el segundo semestre del año 2017.

Inicialmente, se realizó una prueba buscando determinar la manera en que los estudiantes resolvían un problema auténtico. Así mismo, se indagó respecto a las estrategias de planeación, monitoreo y evaluación presentes en cada uno de los estudiantes mientras abordaba la solución de un problema. En un segundo momento, a partir de los resultados encontrados durante el momento de indagación de ideas previas, se le enseñó a los estudiantes la heurística de resolución de problemas formulada por Miguel de Guzmán, con el propósito de relacionarla con las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, aquí se presentaron distintas tareas en las que los estudiantes debía seleccionar la solución correcta entre varias opciones, validar una solución dada, solucionar en compañía de sus compañeros varios problemas, entre otras. Finalmente, mediante una

entrevista semiestructurada se cuestionó al estudiante acerca de la efectividad de las tareas realizadas.

Dentro de los hallazgos que se encontraron, se tiene que aquellos estudiantes que le prestaron mayor importancia a la lectura y comprensión del problema, fueron capaces de identificar la información relevante y encontrar una estrategia para abordar la solución del problema; así mismo, se evidenció que el uso de problemas auténticos generan mayores esfuerzos en los estudiantes para encontrar su solución. Se resalta igualmente, que el uso de heurísticas de resolución de problemas como la de Miguel de Guzmán (1995), permite hacer un rastreo de las dificultades y fortalezas del estudiante, proporcionando la oportunidad para la construcción de planes de acción que permitan la solución de los obstáculos presentados.

En el caso de las estrategias metacognitivas, se observó que la vinculación de ésta dentro de las clases de matemáticas posibilita una reflexión sobre el propio proceso de aprendizaje del estudiante, permitiendo una autoevaluación de las acciones que realiza a cada momento, sin embargo, es necesario el diseño de instrumentos que permitan la indagación acerca de la planeación, el monitoreo y la evaluación, puesto que sin preguntas específicas, los estudiantes no son capaces de exteriorizar las acciones que llevan a cabo a la hora de resolver un problema.

## **2. ANTECEDENTES**

Para el desarrollo del presente trabajo se han definido dos categorías que serán desarrolladas a lo largo del proceso, éstas fueron definidas a partir de los objetivos de la investigación. En primer lugar, se tiene la resolución de problemas auténticos, con los cuales se pretende hacer evidente, la relación entre la vida cotidiana y las matemáticas y en segundo lugar, las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, con las cuales se busca que los estudiantes sean cada vez más conscientes de sus procesos de aprendizaje.

### **2.1. Resolución de problemas auténticos**

Uno de los objetivos a conseguir en el área de las matemáticas es que los alumnos sean competentes en la resolución de problemas. Sin embargo, es un objetivo bastante difícil de conseguir debido a la falta de estrategias que un estudiante es capaz de poner en marcha a la hora de la resolución, el tipo y características de los problemas o los métodos de enseñanza utilizados por los profesores (Pifarré y Sanuy, 2001). Durante los últimos años, se han venido realizando diferentes trabajos que buscan mostrar los beneficios que tiene la resolución de problemas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Entre estas investigaciones, se tiene la realizada por Vicente y Manchado (2016) quienes analizaron la efectividad que tiene la reescritura auténtica, para ayudar a los alumnos a resolver problemas matemáticamente difíciles. El estudio fue realizado con una muestra de 156 estudiantes (70 niños y 86 niñas) de los grados 4°, 5° y 6°, considerando cuatro variables independientes nivel de dificultad matemática (fácil/ difícil); tipo de reescritura: problemas típicos, similares a los que se resuelven habitualmente en clase, auténticos y con información situacional irrelevante; nivel de competencia matemática, medida a través del BADyG; y nivel de comprensión lectora, medido mediante la prueba de comprensión del PROLEC-R, como variable dependiente se consideró el acierto con el que los estudiantes resolvía cada tipo de problemas.

Para esto, diseñaron una prueba que incluía 21 problemas los cuales fueron divididos en tres aplicaciones separadas cada una por dos semanas. Cada prueba incluía cuatro problemas experimentales (dos fáciles y dos difíciles) y tres de relleno. En cada aplicación se incluyó un solo tipo de problema reescrito; típico en la primera aplicación, auténtico en la segunda y con información situacional irrelevante en la tercera. Los resultados obtenidos corroboran que las versiones auténticas fueron las que mejor resolvieron los alumnos en los tres cursos a los que se aplicó la prueba, estas versiones probablemente hicieron que esos alumnos se implicaran en un proceso de análisis de la tarea más exhaustivo, aumentando su disposición a ignorar las estrategias superficiales en la interpretación del significado de la tarea, y permitiéndoles comprender mejor la situación, e inferir así más fácilmente su estructura matemática.

Así mismo, en la ciudad de Medellín, buscando determinar la manera en que un proceso de modelación matemática permite a los estudiantes construir relaciones lineales entre dos variables mediante situaciones en contextos auténticos, en este caso, con el sistema de transporte masivo Metro, Muñoz, Londoño, Jaramillo y Villa (2014). Esta investigación fue realizada mediante la metodología estudio de caso y contó con la participación de nueve estudiantes de grado once (15 – 18 años) que fueron seleccionados atendiendo a sus habilidades comunicativas y el gusto e interés por el área de matemáticas. La recolección de los datos fue realizada en once sesiones o encuentros presenciales de discusión, durante un semestre. La información fue recolectada a través de tres fuentes: diez observaciones directas (grupal), tres entrevistas semiestructuradas (grupal) y cinco documentos escritos (individual).

Uno de los resultados más importantes de la investigación fue el encontrar que las situaciones enmarcadas en contextos que le son familiares a los estudiantes desencadenan múltiples ideas, propuestas y análisis sobre esa “porción de realidad” que se busca modelar mediante relaciones matemáticas; tales situaciones e ideas otorgan un papel al estudiante de empoderamiento sobre ellas, pues su conocimiento de uso y funcionamiento se transforman en una necesidad digna de pensarse desde construcciones matemáticas. En este sentido, este

tipo de situaciones generan una conexión con las experiencias, la vida cotidiana y los conocimientos empíricos o interiorizados por los estudiantes sobre el fenómeno estudiado, de este modo les permite comprenderlas, transformarlas y ampliarlas.

En una investigación que pretendía que los profesores reconocieran problemas planteados en los libros de texto que pudieran producir uno u otro tipo de actitudes y que los alumnos los resolvieran para constatar estas suposiciones, elaborada por Velásquez, Slisko y Nolasco (2013), se consideraron tres criterios para reconocer que un problema pudiera generar actitudes positivas (A+), estos son: que se encuentre en contextos auténticos, que responda a la naturaleza del eje matemático al que pertenece y que active procesos cognitivos, en el caso de infringir cualquiera de estos aspectos, podría producir (A-). En el estudio participaron nueve profesores de diferentes países de América Latina y estudiantes de diferentes grados de secundaria.

Sobresale en esta investigación que los problemas en contextos auténticos generan actitudes positivas en tanto que los de contextos artificiales producen actitudes negativas. Los contextos auténticos pueden ser las diversas prácticas sociales en las que participan los alumnos, como las referentes a los usos y significados de las matemáticas para ser personas saludables, ahorrativas, consumidores responsables y ciudadanos cultos y comprometidos, o bien aquellas prácticas de modelación de diversas situaciones del medio físico y social.

Tratando de mostrar cómo la implementación de los problemas auténticos asociados a las combinaciones y permutaciones, posibilitaban un mejor desempeño de los estudiantes de grado 10° y 11° en su resolución, Busadee y Laosinchai (2013) diseñaron una prueba con 12 problemas en donde se incluían situaciones de la vida real vinculadas a los deportes y juegos de azar. Entre los resultados más importantes, encontraron que los estudiantes destinaban un mayor esfuerzo a la solución de situaciones que tenían correspondencia con la vida cotidiana, y por consiguiente, asociaban a las matemáticas (en este caso las permutaciones y combinaciones) con situaciones que podían suceder más allá de la escuela.



Igualmente, hallaron que los estudiantes comprendían mejor los objetos matemáticos de estudio con el uso de los problemas auténticos.

Como se menciona en las investigaciones anteriores, el uso de problemas auténticos generan en los estudiantes actitudes positivas a la hora de resolverlos, sin embargo, para la presente investigación no sólo basta con presentar este tipo de problemas durante las clases de matemáticas, sino que se hace indispensable, el enseñarle a los estudiantes, por lo menos una manera de resolverlos. En este sentido, Pifarré y Sanuy (2001) analizaron la incidencia de la instrucción de una heurística de resolución de problemas en los estudiantes de grado 8°. El trabajo se dividió en dos fases, la primera de estructuración sobre el objeto matemático de proporcionalidad directa y la segunda, de aprendizaje de estrategias de resolución de problemas en los que se le pedía el uso la proporcionalidad directa y de otros objetos matemáticos aprendidos previamente. Los autores resaltan la importancia de la enseñanza de estrategias de resolución de problemas (Heurísticas) y la construcción de unidades didácticas encaminadas a la resolución de problemas con otros objetos matemáticos.

El aporte de las investigaciones mencionadas anteriormente a la presente investigación, radica en la importancia que se le da a la resolución de problemas dentro de cada una de ellas; la necesidad de incluir dentro de las clases de matemáticas, problemas que sean significativos para los estudiantes, en cuanto puedan resolver problemáticas de su cotidianidad o que se les puedan presentar en un futuro cercano; así mismo, la relevancia que tiene la enseñanza de una secuencia de pasos (heurística) para el abordaje de un problema, ya que en muchos casos, los estudiantes no saben qué hacer a la hora de resolver una situación que se les esté presentando y que afecta su calidad de vida o la de los miembros de su comunidad.

## **2.2. Planeación, monitoreo y evaluación**

Troncoso (2.013) buscaba establecer las implicaciones que tiene la incorporación de las estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas, señalando que a los

estudiantes se les enseña a resolver operaciones mecánicamente, dejando de lado elementos cognitivos de las matemáticas como lo son el razonamiento, la argumentación, la modelación, la representación. Entre los resultados, se evidencia en primer lugar, que los estudiantes tienden a centrarse en las operaciones sin tomar el tiempo de planear una estrategia o de utilizar diferentes representaciones de acuerdo al problema; en segundo lugar, se muestra que los alumnos son incapaces de verbalizar lo que están haciendo; en tercer lugar, se pone en manifiesto que los no son capaces de realizar un trabajo cooperativo, ya que tienden a dejar que sólo unos pocos realicen las actividades y en algunos casos, presentan dificultades en los algoritmos de la resta y la división.

Mientras los estudiantes resuelven un problema, llevan a cabo de manera interna, diferentes procesos metacognitivos que les permiten llegar a la solución, sin embargo, si no se les realizan preguntas específicas, todas estas acciones no son exteriorizadas. Es por esta razón que Lozada y Santos (2013) quisieron identificar las acciones metacognitivas que se hacían evidentes en la resolución de un problema y establecer la relación existente entre la heurística de resolución de problemas planteada por Mason, Burton y Stacey (1989) con las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.

Este estudio fue llevado a cabo con cuatro estudiantes para maestro de matemáticas y fue distribuido en cuatro momentos. En el primer momento, resolución individual, registro escrito y oral de cada proceso que utiliza para resolver el problema (pensamientos, razonamientos); segundo momento, reunión de resolutores, análisis de aspectos comunes y se centra la atención en los procesos más relevantes o que generen mayor dificultad; tercer momento, recolección de la información, identificar las acciones metacognitivas que se evidencian en los escritos, las grabaciones de audio y video; cuarto momento, análisis de la información, caracterizar, definir y distinguir cada una de las acciones metacognitivas identificadas y su implicación en la resolución de problemas. Las conclusiones de la investigación, están orientadas a sugerir la utilización de las estrategias metacognitivas de manera cíclica, es decir, primero la planeación, el monitoreo durante el proceso y la

evaluación al final, puesto que el uso de las mismas en determinados momentos tiende a generar avances significativos en la resolución de problemas.

Siguiendo la línea de las estrategias metacognitivas presentes en la resolución de problemas, Buitrago y García (2012) realizaron una investigación en la que utilizaron el estudio cualitativo de carácter comprensivo, con 5 estudiantes de grado once (1 hombre y 4 mujeres), para determinar la manera en que los estudiantes de educación media, empleaban las estrategias de regulación metacognitiva al resolver problemas matemáticos, encontraron que en muchos de los casos, los estudiantes presentan dificultades para verbalizar lo que están haciendo a la hora de resolver un problema, sin embargo, se muestran ciertos indicios respecto a las estrategias metacognitivas de planeación, a través de la comprensión del problema, el empleo de diferentes representaciones para comprender la información y la selección de una estrategia; el monitoreo, que le hacen a la estrategia propuesta, no obstante, los estudiantes son incapaces de describir o explicar las acciones de verificación que realizan a pesar de su uso evidente; y la evaluación, en la que se muestra un menor desarrollo, debido al enfoque tradicionalista en el que se le da mayor importancia a la respuesta que da el estudiante, que al proceso que sigue para encontrarla.

Haciendo una comparación entre un grupo de estudiantes a los que se les realizó una enseñanza en estrategias metacognitivas, mientras que al otro no, Abdolhossini (2012), realizó una investigación que pretendía determinar los efectos de la enseñanza de estrategias cognitivas y metacognitivas en matemáticas a través de la resolución de problemas, centrándose en las estrategias de planeación, control y monitoreo y evaluación. Al mismo tiempo, quería identificar si los resultados variaban de acuerdo al género. El estudio se realizó con 200 estudiantes de educación media (100 hombres y 100 mujeres) de cuatro escuelas diferentes. Aleatoriamente, se eligió un grupo experimental y uno de control, cada uno con 100 estudiantes. Durante 12 clases, el grupo experimental fue instruido sobre métodos de aprendizaje, factores que afectan la memoria, estrategias cognitivas y metacognitivas, auto consciencia, las últimas dos clases, fueron utilizadas para resolución de problemas y preguntas al respecto. Durante el mismo tiempo, el grupo de

control siguió normalmente sus clases de matemáticas. Al realizar el análisis de la información, se encontró que el grupo que había sido instruido sobre estrategias cognitivas y metacognitivas tuvo un desempeño significativamente más alto que el grupo que no había sido instruido. Sin embargo, al respecto de la diferencia de género, no encontró diferencias significativas en el aprendizaje y uso de las estrategias metacognitivas.

Finalmente, planteando una reflexión sobre los procesos de enseñanza contemporáneos, cuya prioridad consiste en fomentar un aprendizaje autónomo, autorregulado y continuado, utilizando la gran cantidad de información disponible y su posterior conversión en conocimiento, Klimenko y Álvarez (2009) afirman que en el proceso formativo de los estudiantes, la enseñanza y aprendizaje de las estrategias cognitivas y metacognitivas toman un rol muy importante mientras que el rol del profesor, pasa a ser el de mediador y orientador. Del mismo modo, subrayan la importancia de explicar e ilustrar ampliamente las estrategias metacognitivas de tal manera que sean perfeccionadas con la práctica continua y consciente e invitan a los docentes a la creación de ambientes educativos que desarrollen en los estudiantes, la autoconsciencia, el autocontrol y la apropiación de las estrategias metacognitivas que los lleven paulatinamente, a un abordaje independiente de las situaciones de aprendizaje.

Cada una de las anteriores investigaciones, muestran la importancia de la implementación de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación desde temprana edad, puesto que en primer lugar, ayudan a mejorar el desempeño de los estudiantes con o sin dificultades en el área de matemáticas y en segundo lugar, propician la generación de momentos de reflexión en el estudiante acerca de la utilidad de lo que está aprendiendo y su relación con el mundo. Igualmente, resaltan la necesidad de utilizar problemas reales para el aprendizaje de las matemáticas como una manera de fortalecer los elementos cognitivos que han sido dejados de lado con el trabajo de algoritmos en las clases de matemáticas.

### **3. ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

“Desde la antigüedad la actividad primordial del matemático ha sido la resolución de problemas” (Blanco, 1996, p.11), razón por la cual, la resolución de problemas ha sido utilizada ampliamente para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, puesto que se enfatiza en los “procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje, tomando los contenidos matemáticos, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces” (De Guzmán, 2007, p. 35).

En este sentido, el MEN (2003) manifiesta que “los problemas proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y por ende, sean más significativas para los alumnos” (p.52), no obstante, muchos de los problemas que se utilizan dentro del aula de clase, son totalmente desligados de la realidad del estudiante, suelen usarse datos que no concuerdan con los de la realidad o se presentan situaciones ficticias que nunca tendrán la posibilidad de suceder fuera del entorno escolar, resultando así, poco motivantes a la hora de emprender la tarea de su resolución por parte del estudiante.

Dentro de la Institución Tibabuyes Universal, se ha observado que la mayoría de los estudiantes cuando se enfrentan a la resolución de un problema, no son conscientes de lo que deben hacer y en muchos casos:

Utilizan como estrategia general, la tendencia a operar con los datos del problema, sin mostrar una clara comprensión del mismo y sin identificar las relaciones operacionales, conceptuales o procesuales que se dan. Aportan muchas veces soluciones que no pueden ser válidas para las condiciones del problema, lo que evidencia, además de una carencia de estrategias cognitivas (métodos heurísticos), una falta de pensamiento crítico” (Palarea, Hernández y Socas, 2001)

A muchos de los estudiantes, no se les ha mostrado una secuencia de pasos o acciones (heurística) que puedan seguir para llegar a la resolución del problema, o a utilizar la

regulación de la cognición (planeación, monitoreo y evaluación) dentro de su proceso formativo, la cual permite que se realice una planeación inicial, en la cual se busquen una o más estrategias para la solución del problema, se determinen los recursos necesarios, se lleve a cabo el seguimiento al plan trazado, se encuentren nuevas estrategias cuando la estrategia inicial no lo ha llevado por buen camino y se posibilite la evaluación del proceso realizado, en donde se verifique el cumplimiento de los objetivos o la consecución de una solución más eficiente, que busque minimizar los recursos, en especial, la cantidad de tiempo empleado para la solución del problema.

Adicionalmente, la institución hace parte del programa de inclusión de la secretaría de educación del distrito, por lo que en la mayoría de las aulas, se cuenta con por lo menos un estudiante con NEE (necesidades educativas especiales) o con necesidades educativas transitorias (NEET) de grado leve, esto supone del maestro en compañía de la orientadora escolar y la educadora especial, la realización de una adaptación curricular y la construcción de material diferenciado para estos estudiantes; así mismo, durante los últimos cuatro años se venía presentando una rotación excesiva de maestros, dificultando la continuidad del proceso de aprendizaje de los estudiantes, añadiendo a esto, la falta de formación específica en matemáticas de muchos de los anteriores maestros.

Por todo lo anterior, se hace necesaria la implementación de una estrategia pedagógica que vincule una heurística de resolución de problemas y las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, para mejorar los procesos de resolución de problemas cuya información y contexto, tengan una alta posibilidad de ocurrir fuera del entorno escolar.

### **3.1. Pregunta De Investigación**

¿Cómo las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación permiten la resolución de problemas auténticos con números decimales en estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa Distrital Tibabuyes Universal?

#### 4. JUSTIFICACIÓN

En la Institución Educativa Distrital Tibabuyes Universal, se le da gran importancia a la resolución de problemas en las clases de matemáticas; sin embargo, se observan ciertas dificultades en los estudiantes de grado cuarto a la hora de abordar la solución de un problema, debido en primer lugar, a que muchos de los problemas que se utilizan en las clases de matemáticas, se encuentran desligados del contexto de los estudiantes, siendo poco motivantes para ellos; en segundo lugar, se tiene que la enseñanza de las matemáticas dentro de la institución, se ha limitado al aprendizaje mecánico de algoritmos y procedimientos totalmente alejados del proceso de resolución de problemas, causando en los estudiantes un pensamiento erróneo acerca de la importancia de las matemáticas en su vida cotidiana; y en tercer lugar, se tiene que dentro de las clases, no se les ha enseñado a los estudiantes la manera de abordar la resolución de un problema, a realizar una secuencia de pasos que le permitan comprender lo que el problema les pide, plantear una estrategia, desarrollarla e interpretar los resultados bajo las condiciones del problema.

En trabajos como los de Troncoso (2013), Lozada y Santos (2013), Abdolhossini (2012), Klimenko y Álvarez (2009), se invita a la enseñanza e implementación de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación a través de la resolución de problemas, ya que a su modo de ver, producen mejoras en el desempeño de los estudiantes en matemáticas, no obstante, en su mayoría, estos trabajos se han desarrollado con estudiantes de secundaria o de nivel universitario, dejando de lado a los ciclos iniciales de educación, desde los cuales, se pueden obtener mejores resultados en el proceso de resolución de problemas, razón por la cual se hace necesaria la implementación de esta propuesta dentro de la I.E.D. Tibabuyes Universal, de tal manera que desde edades tempranas, los estudiantes sean:

Conscientes de cómo aprenden, reconozcan cuando no entienden algo, cuando necesitan ayuda adicional y sepan pedir ayuda oportunamente; así mismo, que puedan fijar objetivos y evaluarlos, activar el conocimiento existente y relevante, hacer predicciones y administrar el tiempo y consolidar sus logros intelectuales. (Barro, Bravo, Campo y Fontalvo, 2011, p. 92)

Igualmente, la presente investigación busca dotar a los estudiantes del grado cuarto de valiosas estrategias a usar en la resolución de problemas como lo son la planeación, de tal manera que el estudiante comprenda el problema, lo pueda enunciar con sus propias palabras, lo pueda representar gráficamente, si es posible y determine una manera de actuar, una estrategia a seguir para resolver la situación planteada; el monitoreo, que le permitirá al estudiante el hacer un seguimiento a la estrategia, verificar si es pertinente o replantearla en caso de que no conduzca por un buen camino y finalmente, la evaluación, de esta manera el estudiante podrá comprobar la solución, identificar las fortalezas y debilidades observadas en el proceso y pensar en maneras alternativas de resolver el problema, disminuyendo el tiempo destinado y/o los errores cometidos.

De esta manera se contribuye a mejorar el desempeño de los estudiantes, no sólo en las clases de matemáticas sino también en su vida diaria, puesto que así, podrán abordar las problemáticas que se les presenten fuera de la escuela y tomar las mejores decisiones. A nivel institucional, se pretende contribuir al mejoramiento de los resultados en evaluaciones externas, como las pruebas SABER 5°, puesto que los estudiantes abordarán la prueba de matemáticas de una manera más adecuada y comprenderán mejor las preguntas.



## 5. REFERENTE TEÓRICO

### 5.1. Resolución de problemas auténticos

Con esta propuesta de investigación, se propone la implementación de la resolución de problemas asociados a los números decimales con estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa Distrital Tibabuyes Universal, como una estrategia que permita mejorar su desempeño en las clases de matemáticas. Como base teórica para la investigación, se han considerado las construcciones teóricas propuestas por Miguel De Guzmán (2007), quien afirma que:

La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Se considera como lo más importante que el alumno: manipule los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental, ejercite su creatividad, reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental, de ser posible, adquiera confianza en sí mismo, se divierta con su propia actividad mental, se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana, se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia. (p.35)

La resolución de problemas pone en evidencia la relación existente entre la vida cotidiana y las matemáticas, ya que los estudiantes deben interpretar la información que procede de la situación, realizar una traducción a partir de los objetos matemáticos que han aprendido, obtener un resultado matemático e interpretarlo nuevamente bajo las condiciones de la situación.

De Guzmán, basado en los trabajos en heurísticas de resolución de problemas de Polya (1945), Mason, Burton & Stacey (1989), al igual que los estudios de Schoenfeld (1992) acerca de las actividades metacognitivas incluidas dentro de la resolución de problemas, propone un modelo para la ocupación con problemas. Esta propuesta incluye cuatro fases: familiarizarse con el problema, búsqueda de estrategias, desarrollo de la estrategia y

revisión del proceso. A continuación se muestran de manera más detallada cada una de estas etapas.

***Familiarizarse con el problema***, engloba todas las acciones encaminadas a comprender del modo más preciso posible, la naturaleza del problema que va a enfrentar el estudiante. En esta etapa se debe realizar una lectura profunda de las pistas que ofrece el problema; hacerse una idea clara de los elementos que intervienen, jugar mentalmente con ellos o de ser posible, materializarlos y manipularlos; identificar cuál es la situación de partida y cuál la de llegada, lo que hay que lograr; revisar si se ha trabajado con un problema similar; no apresurarse, esto suele causar el pronunciamiento de ideas que provienen de malas interpretaciones.

Este proceso de familiarización inicial con la situación es muy importante puesto que permite enmarcar adecuadamente el problema, darse cuenta de la información que puede ayudar, la transformación que se ha de aplicar, el esquema que se puede utilizar y sobre todo, ayuda a que el problema, aunque sea difícil, pierda su aspecto hostil. Las sugerencias o preguntas guía que ofrece el autor son las siguientes: ¿De qué trata el problema? ¿Cuáles son los datos? ¿Qué pide determinar o comprobar el problema? ¿Se dispone de datos suficientes? ¿Guardan los datos relaciones entre sí? (De Guzmán, 1995).

***Búsqueda de estrategias***, se trata de determinar unas cuantas estrategias para abordar el problema. No ha llegado el momento de aplicarlas, sino de seleccionar dentro del archivo de estrategias del estudiante, cuáles parecen que se adecúan más a la naturaleza del problema (De Guzmán, 1995).

***Desarrollo de la estrategia***, momento en el que pasa a aplicarse la estrategia seleccionada. Cuando se tiene un problema sencillo es posible que tras las primeras dos fases, alguna de las estrategias que se le han ocurrido al estudiante pueda conducirlo hacia la solución del problema, pero cuando el problema es de naturaleza difícil, suele sentir que ninguna de las estrategias que ha planteado lo puedan llevar a un puerto seguro. En este momento es

necesario llevar a cabo el plan de acción que la estrategia sugiere sin doblegarse ante cualquier dificultad pero sin empeñarse cuando el plan parece conducir a un callejón sin salida. Según el autor, el gráfico de resolución de problemas debería tener el aspecto que se observa en la Tabla 1.

**Tabla 1. Gráfico de resolución de problemas**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Familiarizarse	■								
Buscar estrategias		■			■		■		
Realizar			■			■		■	
Revisar				■					■

Nota. Recuperado de “Para pensar mejor: desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos”, de De Guzmán, M., p. 215, Madrid, España: Pirámide.

Es necesario no entusiasmarse con soluciones a medias, si parece que ninguna de las estrategias puestas en marcha, no conduce a ningún objetivo lo mejor es volver a la fase anterior, si al tiempo que se está realizando el plan de ataque surgen nuevas ideas distractoras, es mejor dejarlas a un lado pero se pueden apuntar aquellas que sirvan de ayuda. A modo de conclusión, el autor sugiere tener en cuenta lo siguiente: llevar a cabo las mejores ideas que se nos hayan ocurrido, una a una; no hay que desanimarse a la primera oportunidad, pero tampoco insistir si las cosas se complican demasiado; reflexionar sobre la validez de cada paso; preguntarse si lo que se ha obtenido es la solución y estudiarla a fondo (De Guzmán, 1995).

**Revisión del proceso**, quizás el momento más satisfactorio sea aquel en el que se ha resuelto el problema, es el momento de observar el propio proceso de pensamiento, la actitud frente al problema, si es posible contar con la forma de resolución de otra persona, mucho mejor, es bueno aprovechar el examen de distintas formas posibles de proceder. La reflexión sobre el proceso debe realizarse desde dos puntos de vista distintos, una local, referida al problema concreto que se ha estado manejando hasta hora, y otra más general, global y profunda que trate de ir más al fondo, examinando los posibles bloqueos que se manifestaron, las aptitudes y tendencias que se hacen patentes a través de este ejercicio, los posibles progresos hacia la meta que consiste en mejorar la forma de proceder.

La *reflexión local* debe concentrarse en *examinar el camino seguido*, ¿cuáles han sido los cambios de rumbo en el tratamiento del problema? ¿Qué es lo que los ha motivado? ¿Te acercaste a las estrategias correctas? ¿En qué momento y por qué? O bien ¿cómo es que no se logró dar con las estrategias adecuadas? ¿Te faltaba información sobre el tema en que el problema se encuadraba? ¿Te faltó audacia para proponerte ideas? ¿Falló el tesón para seguir una línea correcta? ¿Cómo se originaron las ideas que más contribuyeron o más te acercaron a la solución? Y en *extraer más provecho de este problema*, tratando de entender la validez de la solución, buscar una manera más simple de resolver el problema, a veces ciertos problemas dan lugar a varias preguntas interesantes.

La *reflexión más profunda*, debería ir haciendo capaz, a través de experiencias repetidas de resolución de problemas, de hacer un diagnóstico, lo más preciso, del propio estilo de pensamiento, ¿visual o analítico? ¿Se depende de la fórmula, la expresión verbal, de la imagen? ¿Se tiene el compromiso con una sola idea, sin flexibilidad? ¿Cómo se podría aumentar la fluencia espontánea de ideas variadas, originales, novedosas? Es necesario volverse sobre el proceso de pensamiento e iniciar una reflexión, bajo la luz de las siguientes sugerencias: Examinar a fondo el camino seguido. ¿Cómo se ha llegado a la solución? O ¿por qué no se ha alcanzado? Buscar ahora un camino más simple, tratar de entender no sólo que la cosa funciona bien sino por qué funciona, reflexionar sobre el proceso de pensamiento y obtener consecuencias de él y estudiar qué otros resultados se podrían obtener con ese método (De Guzmán, 1995).

Esta heurística, guarda cierta relación con las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, que se mencionarán más adelante, puesto que para la resolución de un problema, se hace necesario planear una estrategia, revisar continuamente si está funcionando y evaluar los posibles resultados en concordancia con lo propuesto por la situación.

Dentro de la presente investigación, se planea la construcción y el uso de problemas auténticos, basado en los criterios propuestos por Palm y Nystrom (citados por Chamoso *et al.*, 2013) quienes consideran tres aspectos fundamentales que deben aparecer en un problema para que sea considerado como auténtico:

1. Evento: si ha tenido lugar, o tiene una alta probabilidad de tener lugar, fuera de la escuela.
2. Pregunta: si hay concordancia con una situación equivalente fuera de la escuela.
3. Información y datos: si hay coincidencia con los de la vida real.

Igualmente, consideran otros aspectos, que aunque secundarios, contribuyen a que un problema pueda considerarse una tarea auténtica:

- a) Especificidad de los datos: si los detalles de la situación descrita pueden modificar las estrategias de resolución de los alumnos.
- b) Propósito en el contexto figurativo: si hay coincidencia o no del propósito de la resolución de la tarea en el contexto escolar y en la vida real, teniendo en cuenta que ese propósito sea tan claro en la escuela como lo es fuera de ella.

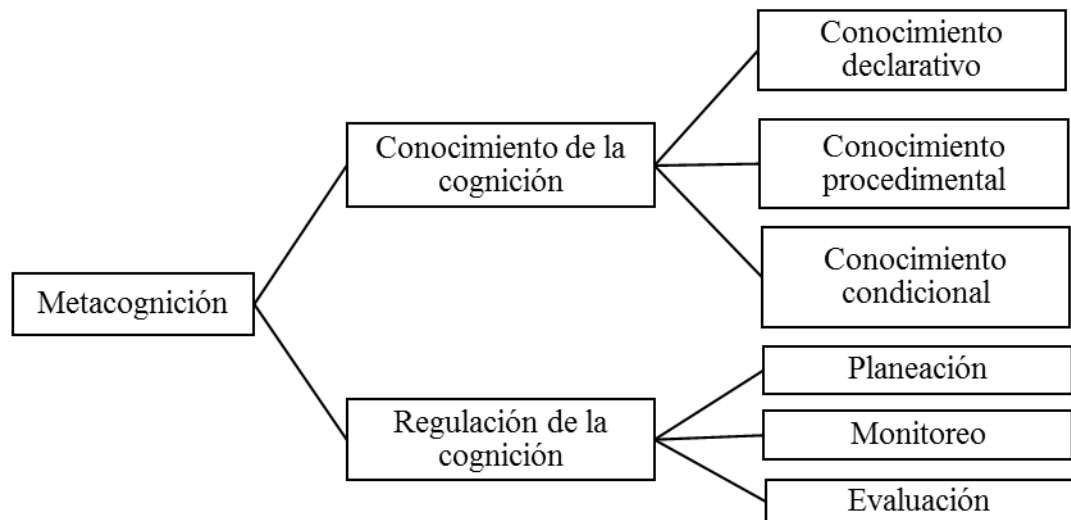
Estos problemas han de plantear además, preguntas que hagan pensar al estudiante, que pueda entender y compartir, que pueda expresar con sus propias palabras; que permitan el ensayo de diferentes estrategias de resolución y es por esto que han de ser resueltos con autonomía por parte de los estudiantes (contando con la ayuda del docente); son problemas que presentan un reto alcanzable, no han de contener ninguna trampa que sólo puedan resolver los mejores estudiantes sino que han de ser tareas que ayuden a construir conocimientos; han de ser relevantes para los alumnos en el contexto del aprendizaje de ciencias, es decir, problemas relevantes para la disciplina, deben conectar con problemáticas globales que resulten interesantes para los especialistas, por qué también son problemas para ir aprendiendo a ser científicos (Couso, Izquierdo y Rubilar, 2008).

## **5.2. Planeación, monitoreo y evaluación**

Esta propuesta se enmarca dentro de la metacognición, definida por Flavel (1985) como el “conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ellos” (p.232), referida al conocimiento adquirido en

relación con su propia actividad cognitiva y el conocimiento de las estrategias que pueden ser utilizadas para solucionar determinado tipo de tareas (Flavel, 1987). Schraw & Moshman (1995) realizan una recopilación de las teorías metacognitivas y señalan que es posible evidenciar en la metacognición, dos componentes principales, *el conocimiento de la cognición y la regulación de la cognición*. (Véase Figura 1)

**Figura 1. Componentes principales de la metacognición**



El conocimiento de la cognición hace referencia al conocimiento que tienen las personas sobre su propio conocimiento o sobre la cognición en general, tiene como subprocesos el conocimiento declarativo (conocimiento acerca de las cosas), el conocimiento procedimental (conocimiento sobre cómo hacer las cosas) y el conocimiento condicional (se refiere al por qué y al cuándo de las cosas). El conocimiento declarativo está relacionado al conocimiento que tiene el estudiante de sí mismo y la conciencia de los factores que influyen en su aprendizaje, la forma en que actúa frente a una problemática así como las estrategias y recursos que emplea para conseguir los objetivos planteados; el conocimiento procedimental hace referencia al conocimiento acerca de la ejecución de las habilidades de procedimiento, a utilizar correctamente las estrategias y recursos en el proceso de aprendizaje mientras que el conocimiento condicional, se refiere al saber cuándo y por qué utilizar una acción cognitiva, es el conocimiento acerca de la utilidad de los procedimientos cognitivos, ya que para dar cumplimiento a una tarea, se hace necesario

seleccionar las estrategias más adecuadas, en un esfuerzo por regular el proceso de aprendizaje (Schraw & Moshman, 1995).

Para Tamayo (2006):

La regulación (o control) metacognitiva se refiere al conjunto de actividades que ayudan al estudiante a controlar su aprendizaje, se relaciona con las decisiones del aprendiz antes, durante y después de realizar cierta tarea de aprendizaje. Se asume que la regulación metacognitiva mejora el rendimiento en diferentes formas: mejora el uso de la atención, proporciona una mayor conciencia de las dificultades en la comprensión y mejora las estrategias ya existentes. Se ha encontrado un incremento significativo del aprendizaje cuando se incluyen, como parte de la enseñanza, la regulación y la comprensión de las actividades. (p. 1)

La regulación de la cognición es el aspecto de la metacognición que será estudiado en la presente investigación, se refiere a las estrategias metacognitivas que ayudan a controlar el pensamiento o el aprendizaje, está conformada por la planeación, el monitoreo y la evaluación.

Para Tesouro (2015) la planeación es entendida como aquellas acciones mediante las cuales el estudiante dirige y controla su conducta. Se llevan a cabo actividades como: establecer las capacidades y metas de aprendizaje, seleccionar los conocimientos previos necesarios para llevar a cabo la tarea, descomponer en pasos sucesivos, programar un cronograma, prever el tiempo, los recursos y el esfuerzo y seleccionar la estrategia a seguir.

En términos de Fernández (1993), la planeación es la etapa inicial antes de realizar cualquier opción, puesto que ofrece la ruta establecida para la solución de la tarea. Exige del sujeto conciencia de la naturaleza de los procesos de aprendizaje y de sus objetivos, de las características de los materiales, del estilo y limitaciones personales y de las estrategias más eficaces en cada caso. En función de lo anterior, el estudiante establece metas y submetas, busca el material necesario y lo organiza, se rodea de las condiciones adecuadas para desarrollar la tarea, prevé las estrategias necesarias, predice los resultados, asigna los recursos y el tiempo disponible y anticipa posibles recompensas a la actuación.

El monitoreo, se realiza durante la ejecución de la tarea, en esta etapa, el estudiante realiza actividades de verificación, rectificación y revisión de la estrategia propuesta, formulando preguntas, haciendo un seguimiento del plan trazado, ajustando el tiempo y el esfuerzo requerido para la tarea y seleccionando estrategias alternativas en caso de que las planteadas anteriormente no sean eficaces. Además, con estas acciones se puede comprobar la capacidad que tiene el estudiante para seguir el plan trazado y comprobar su eficacia (Tesouro, 2015).

La evaluación, permite verificar el proceso de aprendizaje, revisando los pasos estipulados, valorando si se han cumplido o no los objetivos, evaluar los resultados finales o decidir cuándo concluir el proceso emprendido o cuándo realizar pausas. Es necesario realizarla, durante y al final del proceso (Tesouro, 2015).

En términos de Jorba & Sanmartí (1996) la evaluación, es considerada como un proceso de regulación del aprendizaje, no sólo por parte de los profesores sino también de los estudiantes. Debe ser un proceso en el que a partir de la recolección de cierta información, se tomen las decisiones necesarias respecto a los cambios que se deben introducir en el proceso de aprendizaje. En el caso de la resolución de problemas, debe posibilitar más allá del hallazgo de una respuesta, el cuestionamiento acerca de cómo se ha llegado a la solución, o las razones de por qué no se ha llegado, la búsqueda de caminos más simples o la reflexión sobre el mismo proceso de pensamiento del estudiante de tal manera que sirva para el abordaje de problemas futuros.

Tamayo (2006) sostiene que la planeación implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento tales como la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; es decir, consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos; El monitoreo se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución; mientras que la evaluación, se realiza al



final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia

Estas estrategias metacognitivas le permitirán al estudiante optimizar o reevaluar las estrategias usadas a la hora de resolver algún problema, permitiendo un aprendizaje mucho más profundo; igualmente, se potenciará el aprendizaje autónomo, puesto que es el mismo estudiante el que debe encontrar las vías necesarias que lo llevarán a la resolución del problema, ensayando distintas alternativas y aprovechando los errores cometidos como fuente de aprendizaje.

### 5.3. Categorías, subcategorías e indicadores

A partir de los objetivos de la investigación y el marco teórico se han definido como categorías, la resolución de problemas auténticos y las estrategias metacognitivas. Las subcategorías e indicadores se muestran en la tabla siguiente.

**Tabla 2. Categorías, subcategorías e indicadores para el análisis de la información**

CATEGORÍA	SUBCATEGORÍA	INDICADORES
Resolución de problemas auténticos	Heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Familiarización con el problema.</li> <li>- Búsqueda y selección de una estrategia apropiada.</li> <li>- Puesta en marcha de la estrategia.</li> <li>- Reflexión acerca del camino seguido.</li> </ul>
	Planeación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Objetivos de aprendizaje.</li> <li>- Conocimientos previos.</li> <li>- Tiempo y recursos.</li> <li>- Estrategia apropiada.</li> </ul>
Estrategias Metacognitivas	Monitoreo	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Seguimiento al plan trazado.</li> <li>- Estrategias alternativas.</li> <li>- Reasignación de tiempo y recursos.</li> <li>- Búsqueda de ayuda</li> </ul>
	Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Consecución de los objetivos.</li> <li>- Proceso de aprendizaje.</li> </ul>

*Nota.* A partir de lo consignado en esta tabla se hará el respectivo análisis de los resultados, luego de la implementación de la unidad didáctica.

#### **5.4. Marco Legal**

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, se considera a la resolución de problemas como uno de los cinco procesos generales de las matemáticas ya que:

Permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Es importante abordar problemas abiertos donde sea posible encontrar múltiples soluciones o tal vez ninguna. También es muy productivo experimentar con problemas a los cuales les sobre o les falte información, o con enunciados narrativos o incompletos, para los que los estudiantes mismos tengan que formular las preguntas. (MEN, 2003, p.52)

Con respecto a los números decimales, para los grados cuarto a quinto, se espera que los estudiantes “utilicen la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relacione estas dos notaciones con la de los porcentajes” (MEN, 2003, p.82).

### **6. OBJETIVOS**

#### **6.1. Objetivo general**

Analizar la incidencia que tiene la vinculación de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, en la resolución de problemas auténticos con números decimales por estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa Distrital Tibabuyes Universal.

#### **6.2. Objetivos específicos**

Establecer las características de la planeación, monitoreo y evaluación, como estrategias metacognitivas para la resolución de problemas auténticos en estudiantes de grado cuarto.

Vincular la planeación, monitoreo y evaluación como estrategias metacognitivas en la resolución de problemas auténticos por estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa Distrital Tibabuyes Universal.

## 7. METODOLOGÍA

### 7.1. Enfoque Metodológico

La presente investigación es de carácter cualitativo puesto que “utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación y puede o no probar hipótesis en su proceso de interpretación” (Hernández, Fernández y Bautista, 2003, p.11). En este caso, se tendrán en cuenta los avances en la resolución de problemas que se evidencien en los estudiantes luego de la aplicación de la unidad didáctica en la que se les instruirá en una manera de abordar la resolución de problemas auténticos asociados a los números decimales, mediante las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, al igual que la heurística de Miguel de Guzmán.

La investigación es de tipo explicativo puesto que:

Va más allá de la descripción de conceptos o fenómenos o del establecimiento de relaciones entre conceptos; está dirigido a responder a las causas de los eventos físicos o sociales.

Como su nombre lo indica, su interés se centra en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se da éste, o por qué dos o más variables están relacionadas. (Hernández *et al*, 2003, p. 74)

En este caso, se quiere revisar la influencia de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, en la manera en que los estudiantes del grado cuarto de la IED Tibabuyes Universal, abordan la solución de un problema auténtico asociado a los números decimales.

### 7.2. Contexto

La propuesta se llevó a cabo con los estudiantes de grado cuarto de la jornada de la tarde de la Institución Educativa Distrital Tibabuyes Universal, Sede San Vicente Ferrer. Institución de carácter público, ubicada en el barrio Villa María, localidad de Suba, Bogotá D. C., pertenecientes a los estratos sociales 1 y 2, quienes presentan distintas problemáticas sociales, entre ellas, la inestabilidad familiar y la falta de recursos económicos. La población de la institución es muy flotante, debido a constantes retiros a lo largo del año, lo

que acarrea el ingreso de nuevos estudiantes incluso al final de año, sumando a esto un bajo acompañamiento familiar en la formación del estudiante.

### **7.3. Unidad de trabajo**

La unidad de trabajo objeto de estudio, está conformada por los estudiantes del curso 402 de la institución, a cargo del maestro que realizará el estudio. El curso 402 cuenta con veinticinco estudiantes (12 niñas y 13 niños) cuyas edades oscilan entre nueve y trece años, a quienes se les aplicarán los correspondientes instrumentos, el inventario de habilidades metacognitivas y la unidad didáctica. Dentro del grupo se encuentran dos estudiantes con déficit cognitivo leve, un estudiante con TDAH (Trastorno déficit de atención e hiperactividad) grado 3, un estudiante con trastorno oposicional desafiante y una estudiante extraedad.

### **7.4. Unidad de análisis**

Para el análisis de la información, se recolectarán los datos de cinco estudiantes que serán seleccionados teniendo en cuenta la asistencia de los estudiantes durante todas las tareas planteadas.

### **7.5. Instrumentos y fuentes de recolección de la información**

#### **7.5.1. MAI JR (*Metacognitive Assessment Inventory Jr*)**

Este instrumento fue desarrollado por Schraw y Denninson en 1994 para identificar las habilidades metacognitivas en jóvenes y adultos. El cuestionario consta de 52 preguntas distribuidas en ocho categorías diferentes: conocimiento declarativo, conocimiento procedimental, conocimiento condicional, planificación, organización, monitoreo, depuración y evaluación. Sperling, Howard, Miller & Murphy (2002), diseñaron y validaron un instrumento que llamaron MAI junior (véase Anexo 2), para ser utilizado con estudiantes de tercero a quinto que incluye preguntas relacionadas con el conocimiento de la cognición y la regulación de la cognición (planeación, monitoreo y evaluación).

El MAI Jr permite identificar las habilidades metacognitivas de los estudiantes de los grados 3° a 5° (ésta fue una de las mayores razones para su uso), por medio de 12 ítems distribuidos en dos categorías, el conocimiento de la cognición y la regulación de la cognición que, a su vez, se encuentran divididas en otras categorías más específicas. En el conocimiento de la cognición se encuentra el conocimiento declarativo (1, 12), conocimiento procedimental (3, 4) y el conocimiento condicional (2, 5). La regulación de la cognición tiene como subcategorías la planificación (6, 9), la organización de la información (11), el monitoreo (7, 10), y la evaluación (8). El cuestionario se caracteriza por ser de autorreporte y sus opciones de respuesta son nunca, a veces y siempre.

Con el desarrollo de esta propuesta, se piensa aplicar el MAI Jr al inicio de la intervención pedagógica para determinar si los estudiantes están utilizando las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, posteriormente, aplicarlo al final de la intervención y analizar los cambios mostrados por los estudiantes.

#### **7.5.2. *Problemas auténticos***

Durante las actividades, se presentaron cinco problemas auténticos asociados a los números decimales con diferentes contextos. Los estudiantes debían resolver los problemas con la ayuda de preguntas guía, las cuales tenían como propósito, el que los estudiantes verbalizaran lo que estaban haciendo en cada momento de la resolución. El propósito de estas tareas consistía en reconocer las estrategias metacognitivas puestas en marcha por los estudiantes a la hora de resolver el problema. Los problemas fueron contruidos a partir de los criterios propuestos por Palm y Nystrom (citados por Chamoso *et al.*, 2013), de acuerdo al nivel de los estudiantes y atendiendo al uso de diferentes contextos.

#### **7.5.3. *Entrevista semiestructurada***

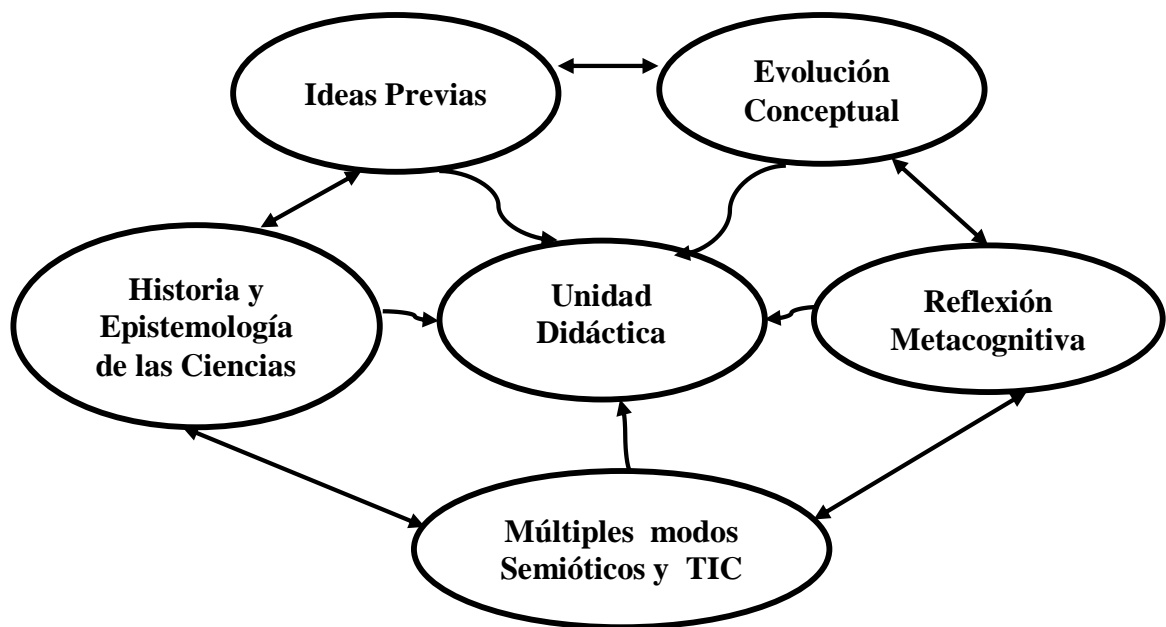
La entrevista tiene permite acceder a la parte mental de las personas, de esta manera se puede descubrir su cotidianidad y las relaciones que mantienen (López y Deslauriers, 2011). Esta permite una conversación que conduce a un intercambio de información, con la cual se puede cuestionar al estudiante, acerca de sus pensamientos y las estrategias que

utiliza a la hora de resolver un problema auténtico. Se aplicará al terminar la unidad didáctica, con la intención de indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas auténticos con el desarrollo de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.

## 7.6. La unidad didáctica

En términos de Tamayo (2006) y Sánchez y Valcárcel (1993), la unidad didáctica es un proceso flexible de planificación de la enseñanza de los contenidos relacionados con un campo del saber específico para construir procesos de aprendizaje en una comunidad determinada. Debe estar constituida a partir de las ideas previas, la historia y la epistemología de las ciencias, los distintos modos de representación semiótica y las TIC, la reflexión metacognitiva y la evolución conceptual.

Figura 2. Modelo unidad didáctica.



Fuente: Tamayo Alzate, O. E., Vasco Uribe, C. E., Suárez De la Torre, M. M., Quiceno Valencia, C. H., García Castro, L. I., & Giraldo Osorio, A. M. (2013). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación.

En la UD (Véase Anexo 1) se realizarán diferentes actividades asociadas a la resolución de problemas auténticos con los números decimales. Además, se instruirá a los estudiantes en la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán y sobre las estrategias metacognitivas de planeación monitoreo y evaluación. Esta intervención será realizada en tres momentos.

En el primer momento, se realizará la aplicación del cuestionario MAI JR (Metacognitive Assessment Inventory) para identificar si los estudiantes utilizan las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, a la hora de empezar una tarea; seguido a esto se les presentará una situación asociada a los números decimales, acompañada de un cuestionario con el que se busca determinar las estrategias metacognitivas presentes en los estudiantes en la resolución de la situación, finalmente, se les pedirá que solucionen un problema auténtico, solicitando que escriban en todo momento lo que están haciendo, para así determinar la forma en que abordan la solución del problema.

En el segundo momento, a partir de los resultados obtenidos en las primeras actividades, se les instruirá a los estudiantes sobre la heurística de resolución de problemas propuesta por Miguel de Guzmán, haciendo referencia a la relación que existe entre esta y las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación. En una primera parte, se modelarán distintas situaciones a la luz de la heurística con el propósito que el estudiante interiorice esta manera de abordar un problema auténtico; en segundo lugar, se irán presentando sugerencias para que el estudiante ponga en marcha y finalmente, se le presentarán diferentes situaciones que el estudiante pueda trabajar de manera individual o con el apoyo de sus compañeros. Igualmente, durante el desarrollo de estas actividades, se le irán sugiriendo preguntas que permitan observar los momentos de planeación que utiliza, la revisión que hace del proceso y la reflexión que realiza al momento de concluir el trabajo, dependiendo de si tuvo éxito o si las estrategias planeadas no condujeron a un resultado positivo.

En el tercer momento, se verificará nuevamente la manera en que los estudiantes abordan la solución de problemas auténticos, si se evidencian cada una de las fases de la heurística de resolución de problemas y si se muestran los momentos de planeación, de monitoreo del proceso y de evaluación del proceso de aprendizaje, para esto, se procederá a realizar otra vez la aplicación del cuestionario MAI JR con el fin de realizar un contraste entre la primera aplicación y los resultados obtenidos al final de la intervención pedagógica, posteriormente, se realizará una entrevista con los estudiantes partícipes del estudio con el fin de indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas auténticos y el desarrollo de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.

Para aplicar la UD se cuenta con un espacio de dos meses con una intensidad horaria semanal de cuatro horas. El análisis se hará partir de la información obtenida en la prueba inicial, la unidad didáctica, las dos aplicaciones del cuestionario MAI JR y la entrevista semiestructurada. Posteriormente, se emitirán las conclusiones y las recomendaciones para nuevos estudios al respecto.

## **7.7. Validación de los instrumentos**

### **7.7.1. MAI Jr.**

Huertas, Vesga & Galindo (2014) realizaron la traducción al español y posterior validación del MAI. Fue aplicado una muestra de 536 estudiantes de grado décimo y undécimo e instituciones públicas y privadas de la ciudad de Bogotá a través de un aplicativo computacional construido para el estudio. Los resultados permiten concluir que la versión colombiana del MAI es un instrumento válido y confiable y que puede ser utilizado en futuras investigaciones con el objetivo de conocer sobre la conciencia metacognitiva de los estudiantes.

Sperling, Howar, Miller & Murphy (2002) realizaron la validación del cuestionario MAI JR, con 144 estudiantes del grado tercero, la mayoría con la edad de nueve años. Este inventario incluía 12 ítems con tres opciones de respuesta (nunca, algunas veces, o



siempre). Igualmente, Aydin & Ubuz (2010) adaptaron el MAI JR para ser usado en Turquía. El estudio fue realizado con 314 estudiantes de básica secundaria. Los dos estudios demostraron la validez y confiabilidad del MAI JR como una herramienta útil para las futuras investigaciones encaminadas a la comprensión de las habilidades metacognitivas de los estudiantes.

### **7.7.2. Entrevista semiestructurada**

Una vez realizada la selección de preguntas para la entrevista teniendo en cuenta el problema, el objetivo y las variables para la presente investigación. Seguido a esto, se envió a un grupo de expertos, recibiendo las sugerencias en cada caso, se realizaron los ajustes pertinentes de acuerdo a la información aportada teniendo en cuenta lo que se quería lograr, quedando lista para aplicar al término de la implementación de la Unidad Didáctica.

### **7.7.3. Problemas Auténticos**

En el caso de los problemas auténticos, Cáceres et al. (2015) propusieron una tabla para valorar la autenticidad de las tareas para primaria en la cual consideraron tres dimensiones principales y dos secundarias (Véase Tabla 3). Como dimensiones principales se consideran: la proximidad del evento planteado con relación a la posibilidad de encontrarlo en la vida cotidiana, la adecuación de la pregunta realizada al evento propuesto y la concordancia de la información que se ofrece con la pregunta planteada. Como dimensiones secundarias: la presencia explícita en el contexto figurativo del propósito para el que se debe dar respuesta y la especificidad en los datos de la situación propuesta.

A partir de esas dimensiones, se considerarán auténticas las tareas que tienen una alta conexión con la realidad en todas las dimensiones estudiadas, verosímiles siempre que las tres dimensiones principales se asemejen a la realidad y no lo haga alguna de las secundarias o ficticias cuando alguna de las dimensiones principales esté alejada de la realidad. Las tareas auténticas son todas aquellas que en las cinco dimensiones se valoran con 1 como se puede apreciar en la Tabla 4.

**Tabla 3. Autenticidad de una tarea para primaria**

<b>Dimensión Principal</b>	<b>Dimensión. Secundaria</b>	<b>Valoración</b>	<b>Indicadores</b>
Evento		1	La situación planteada es factible en la vida real fuera de la escuela.
		0	La situación planteada es imaginaria aunque se intente relacionar con situaciones propias del mundo real.
Pregunta		1	Se formularía de manera habitual para el evento descrito y cuya respuesta tiene un valor práctico o es interesante para otros que no estén muy interesados en las matemáticas.
		0	No se formularía así en el mundo real y, si se formulara, no se correspondería con el evento descrito.
Información		1	Los datos coinciden con los reales.
		0	Los datos no coinciden con los reales o esta información sólo es accesible mediante competencias diferentes a las requeridas en la situación simulada.
	Propósito	1	Se menciona explícitamente y está en concordancia con el de la situación real.
		0	No está suficientemente claro o la tarea se describe sin aludir a ninguna situación concreta, de manera que podría ajustarse a muchas situaciones y propósitos para resolverla.

Especificidad de datos	1	Los personajes tienen nombre propio, los objetos están definidos o son familiares y los lugares son específicos, el problema está formulado en 1ª o 2ª persona o se menciona la procedencia de los gráficos. O bien, la situación no es específica pero sí lo son, al menos, los elementos objeto de tratamiento matemático aunque no se aporte su nombre pero sí su papel.
	0	La situación es general sin especificar objetos y sujetos, o se aporta el nombre de los personajes pero no su papel, lo que hace que no puedan valorarse otros aspectos como el realismo de los datos.

Nota. Recuperado de “Tareas auténticas, ¿un objetivo para la enseñanza obligatoria?”, de Cáceres, et al, (2015), p. 4.

Igualmente, se contará con la ayuda de Santiago Vicente Martín, profesor de la Universidad de Salamanca (España), quien cuenta con amplia experiencia en el desarrollo e implementación de problemas auténticos con estudiantes de primaria, a quien se le ha solicitado a través de correo electrónico, la revisión de los problemas auténticos asociados a los números decimales que sean construidos durante el desarrollo de la unidad didáctica.

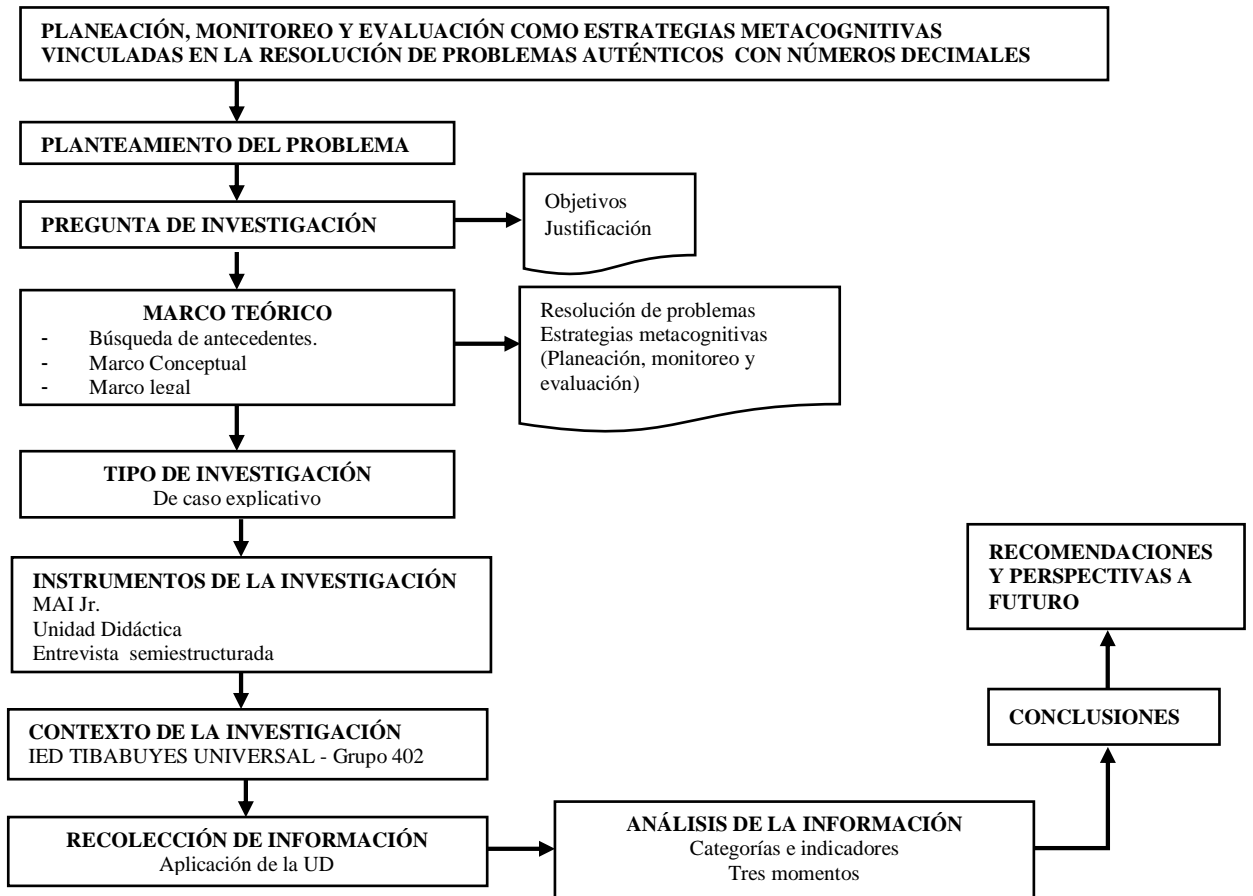
**Tabla 4. Verificación para tareas auténticas**

<b>Autenticidad</b>	<b>Valores de la matriz (Evento, Pregunta, Información, Propósito, Especificidad )</b>			
Auténticas	(1,1,1,1,1)			
Verosímiles	(1,1,1,0,1)	(1,1,1,1,0)	(1,1,1,0,0)	
Ficticias	(1,1,0, , )	(1,0,1, , )	(0,1,1, , )	(1,0,0, , )
	(0,1,0, , )	(0,0,1, , )	(0,0,0, , )	

Nota. Recuperado de “Tareas auténticas, ¿un objetivo para la enseñanza obligatoria?”, de Cáceres, et al, (2015), p. 5.

## 7.8. Diseño metodológico (Diagrama de la investigación)

Figura 3. Diagrama de la investigación



## 8. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Teniendo en cuenta el tipo de investigación presentado en el diseño metodológico, se realizó un análisis de los datos obtenidos con la implementación de las diferentes tareas, donde se tuvo en cuenta las respuestas de los participantes con respecto a la resolución de problemas auténticos y las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación. Lo anterior se evidencia, a partir de las categorías, subcategorías e indicadores (véase Tabla 2), que se establecieron de acuerdo con los objetivos y el marco teórico de la presente investigación, para constatar si se lograron los objetivos propuestos.

A partir de la información antes descrita tanto de instrumentos y la tabla de categorías, subcategorías e indicadores, se relaciona la información obtenida de acuerdo a los tres momentos (ubicación, desubicación y reenfoque), para lo cual se considerará la siguiente convención: en los diferentes momentos se denominarán a los estudiantes como: E1, E2, E3, E4 y E5; del mismo modo, las actividades del momento de desubicación se nombrarán como AU1, AU2 y AU3, las del momento de ubicación como AD1, AD2 y AD3 y las actividades del momento de reenfoque serán nombradas como AR1 y AR2.

Siguiendo las recomendaciones de autores como Hernández, Fernández y Batista (2006), el procedimiento para la organización y análisis de los datos fue el siguiente:

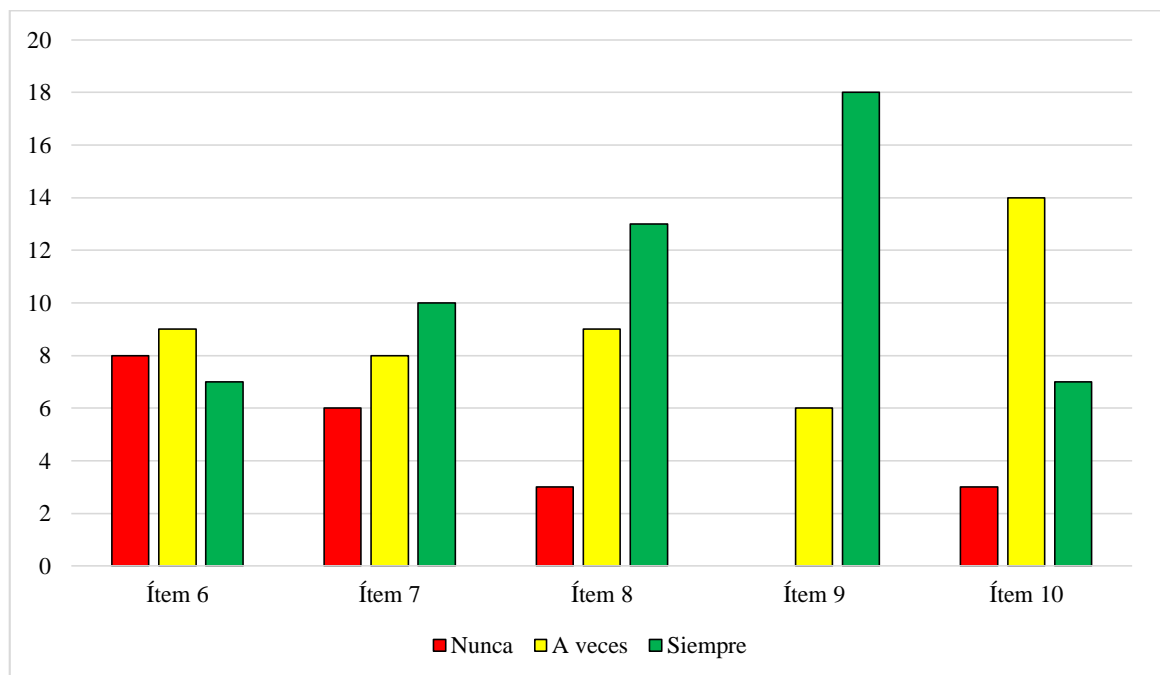
1. Se realizó la lectura y estudio detallado de todos los instrumentos aplicados en el desarrollo de la investigación, como: tareas y entrevistas.
2. Se realizaron las transcripciones de las entrevistas y audios que se produjeron durante la implementación de las tareas.
3. Se identificaron las categorías, subcategorías e indicadores, antes mencionados y que están involucrados en las respuestas de las entrevistas y las tareas propuestas en la unidad didáctica.

4. A partir de la organización de los datos, se realizó el análisis explicativo de cada categoría en relación con las preguntas de la entrevista y las fases de la unidad didáctica.
5. Finalmente se realizó el análisis interpretativo en relación con los hallazgos cualitativos encontrados, apoyados en la información del marco teórico y en el objetivo general y los específicos. Con toda la información recolectada se procede a iniciar con el análisis a la luz del marco teórico de la investigación y los objetivos planteados; dicho análisis mostrará tanto las respuestas de los participantes como la interpretación por parte del investigador.

### 8.1. Momento uno: Ubicación

Durante el primer momento, se realizaron tres actividades a los estudiantes. En la primera actividad, se realizó la aplicación del cuestionario MAI Jr; en la segunda, se presentó un problema cuya solución, iba acompañada de una serie de preguntas guía; mientras que en la tercera actividad, se les pedía a los estudiantes que resolvieran una situación sin presentarles ninguna pregunta que los pudiera guiar a la solución del problema.

**Figura 4. MAI Jr. Primera aplicación**



Al realizar el análisis de las respuestas en el cuestionario MAI Jr., se observa que la mayoría de los estudiantes:

- Dedicar muy poco tiempo a la elaboración de representaciones mentales que les permitan una comprensión mucho mayor de las características del problema. “En el novicio la representación inicial despierta tal vez esquemas escasos y pobres y con facilidad puede ser conducido a tratar de desarrollar esquemas que son inadecuados para lo que se pretende” (De Guzmán, 1995, p.246).
- Suelen quedarse con sólo una manera de solucionar los problemas, en el momento en el que encuentran una que funcione (o puede que no), no se esfuerzan por encontrar otra que pueda ser mucho más eficiente.
- No realiza un proceso reflexivo respecto a lo que necesita aprender, acerca de si está realizando un buen trabajo mientras desarrolla una tarea o si logró aprender lo que el maestro quería que aprendiera en el transcurso de la clase o con el desarrollo de las actividades propuestas.

A continuación se muestran las preguntas utilizadas en cada una de las tareas del primer momento, con algunas de las respuestas de los estudiantes.

¿Entendiste lo que la situación te pide?

E1: “Sí, porque puse cuidado y las reglas estaban muy simples”

E4: “si entendi porque hay que medier los segmentos cada uno y escribier cuanto mide”

¿Podrías escribir la situación con tus propias palabras?

E1: “tenemos que medir los segmentos con las reglas A b c”

E4: “tengo que escribir cada una cuanto mide”

En las anteriores respuestas se observa que en la mayoría de los casos, se realizó una traducción al lenguaje cotidiano, replanteando la pregunta, pasándola a términos mucho más comprensibles para el estudiante. Esto demuestra que los estudiantes después de leer la información presente en la situación, entendieron lo que tenían que hacer y fueron capaces de reescribir el problema en palabras mucho más conocidas para él. Como menciona De

Guzmán (1995), el estudiante se dio cuenta de la información que le podía ayudar y el problema aunque difícil al principio, perdió su hostilidad.

Formula un plan o secuencia de al menos tres pasos antes de desarrollar la tarea propuesta, no olvides explicar cada uno de esos pasos.

E1: “voy a leer la parte de arriba para saber más del tema; voy a medir los segmentos con las regla; y voy a escribir la medida en la tabla”

E2: “leer para compréndelo; medir lo segmento; poner la cantidad en la tabla”

E3: “lei la hoja completa; comense a realizar la hoja; medi los sementos con las reglas A.B.C; puse lo que medio con las reglas A.B.C. en la tabla”

E4: “medir con las reglas y medir el segmento 1 y el 2 y 3 y el 4 segmento; después del primer paso toca medir con las reglas y la A toca medir con todas y después B y C; y después toca escribir en la tabla pero antes toca medir con las reglas y después escribir”

E5: “lo ley Lo comprendi; medi los segmentos; puse el resultado”

En la elaboración de un plan secuencia que les permita desarrollar la actividad propuesta, se resalta la importancia que se le da a la lectura y comprensión de la situación, en los pasos posteriores, se aprecia una secuencia de pasos que especifican la acción que va a realizar en cada momento, en este caso, la medición de los segmentos con cada una de las reglas propuestas, lo cual demuestra que la situación ha sido comprendida en su totalidad y le ha permitido al estudiante la formulación de una secuencia de pasos para llegar a la solución de la situación propuesta.

Los estudiantes se apresuran a elegir una sola estrategia para la solución de la situación, sin reflexionar en que no puede llegar a ser la mejor manera en que se puede obtener la solución (De Guzmán, 1995). Aunque algunos de los pasos de la estrategia no sean muy específicos, se logra observar que a la hora de resolver un problema, internamente el estudiante realiza diferentes acciones que no son manifiestas sin que se les realice la pregunta de qué es lo que están haciendo.



De manera interna, el estudiante realiza el seguimiento de la estrategia propuesta. En el caso de la actividad AU2, el estudiante empieza por medir cada uno de los segmentos con las reglas dadas y procede a ir escribiendo la respuesta en la tabla. En la actividad AU3, los estudiantes empieza por eliminar las películas que por sobrepasar la edad de los personajes, no pueden asistir, así como a aquella película a la que uno de los personajes ya asistió; en un segundo momento, empieza a elaborar la lista de los horarios y los días a los que pueden ir los personajes a ver una de las películas restantes. En los dos casos, se observan algunas acciones que se realizan de manera cronológica, dando a conocer que internamente sí se tenía claro cuales pasos realizar primero y cuáles serían desarrollados posteriormente.

¿Cuáles fueron las principales dificultades u obstáculos que se presentaron mientras desarrollaba la tarea?

E1: “por que tuvimos que medir y nos equivocabamos”

E2: “los segmentos estuvieron muy complicados”

E3: “como escribir uno y medio”

E4: “ porque seguí las instrucciones que me estaban dando por esa causa no tuve ninguna dificultad”

E5: “los segmentos fueron muy complicados”

¿Qué hiciste para superar el obstáculo o dificultad presentada?

E1: “leer y si no entendí volver a leer”

E2: “con ayuda de las reglas A.B.C.”

E3: “preguntarle al profesor”

E4: “lo que ise yo fue leer y tratar de comprender la actividad”

E5: “me calme y pensé tranquilamente”

¿La estrategia que planteaste es adecuada?

E1: “por que lei pensé y lo resolví”

E2: “porque pensé mucho en la guia que hice”

E3: “sí es adecuada por que asi resolvi la actividad que me pusieron”

E4: “sí porque me ayudo a superar todas las pruebas presentadas en la actividad”

E5: “sí porque leimos y entendimos y logramos completar la actividad”

¿Por qué piensas que estos pasos te permitieron resolver la tarea? E1: “fue necesario medir, leer y escribir”

E2: “porque nos ayudaro a comprender la actividad”

E3: “porque eran como las reglas que tenia que seguir para completar la actividad”

E4: “si fue necesario medir y leer y escribir los números en la tabla”

E5: “porque gracias a ellos lo realice”

¿Por qué crees que las respuestas que diste son correctas?

E1: “mas o menos creo que estén bien las respuestas”

E2: “porque fue complicado”

E3: “porque yo verifique todas las respuestas por esa razón esta vien todo”

E4: “porque las hise bien solo me faltaron los pedacitos”

E5: “pues si creo que las respuestas son correctas”

¿Cuál crees que fue tu desempeño mientras resolviste el ejercicio? E1: “40 porque creo que no lo hice bien”

E2: “yo creo que mi desempeño es 5”

E3: “considero que me merezco un 3 porque las respuestas estaban un poquito dificultadas”

E4: “45 no resolví la actividad”

E5: “yo me coloco básico”

Se evidenció una breve reflexión en los estudiantes respecto de la forma en cómo llegaron a la solución del problema, las dificultades que se les presentaron y la manera en que lograron solucionarlas (De Guzmán, 1995). En un primer acercamiento sobre la forma en que los estudiantes evalúan su propio desempeño, se observa una fuerte tendencia hacia lo cuantitativo, “para el estudiante, evaluar es visto como sinónimo de calificar” (Alonso, Gil y Martínez, 1996, p.16).

Dentro de las dificultades más notorias que se les presentaron a la hora de abordar la solución del problema, se encuentra la dificultad que tuvieron para medir utilizando unidades de medida no estándar y la forma de expresar cantidades mediante notación decimal.

La importancia que le brindan los estudiantes a llevar a cabo, por lo menos una segunda lectura del problema, pues de esta manera algunas cosas que no fueron tenidas en cuenta al principio, pueden resultar mucho más claras en una segunda lectura. Así mismo, consideran importante pedir ayuda en el caso de no entender lo que el problema les pide, acuden a sus compañeros o al profesor.

Aunque fue en la primera actividad en que se les pidió a los estudiantes la elaboración de una estrategia para solucionar un problema, hicieron un buen ejercicio, elaborando una secuencia de pasos que les permitió llegar a obtener una respuesta adecuada para el problema. Se debe agregar que luego de realizar la actividad y haber llevado a cabo el plan de acción, los estudiantes afirmaron la importancia de elaborar una serie de pasos puesto que de esta manera, lograron resolver la actividad.

En la revisión que realizaron los estudiantes sobre las respuestas dadas a la actividad, manifiestan inseguridad respecto a la validez de sus respuestas puesto que se les dificultó expresar en notación decimal, algunas de las medidas de los segmentos. Dado que manifestaron dificultades en la medición y en la expresión en forma decimal, sostienen que sus respuestas pueden no estar del todo correctas.

En la autoevaluación que cada estudiante realiza, se observa que están acostumbrados a hacer una valoración numérica de su trabajo, más no un recorrido por las fortalezas y debilidades que tuvieron a la hora de afrontar la solución de la actividad; aun así, algunos mostraron los obstáculos que se les presentaron y la posibilidad de que la solución encontrada al problema, no fuera del todo válida.

Se debe agregar que todos estos datos fueron posibles gracias a que se les preguntó específicamente a cada estudiante sobre las acciones que iba realizando mientras resolvía el problema. En el caso de la actividad AU3, en la cual no se les hacían preguntas, los estudiantes únicamente resolvieron la situación de la manera en que habían venido trabajando anteriormente.

## 8.2. Momento dos (Desubicación)

A partir de los hallazgos encontrados en el momento de ubicación, se procedió a la enseñanza de una manera de abordar la solución de un problema (Heurística de Miguel de Guzmán), solicitando que el estudiante exteriorizara a cada momento, cada una de las acciones que iba realizando.

### 8.2.1. *Categoría resolución de problemas auténticos*

Durante este momento, se realizó la enseñanza de la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán, aquí se realizaron tres actividades en la que se le pedía al estudiante que eligiera entre dos estrategias correctas; encontrara los errores cometidos y resolviera de manera individual una situación, aplicando la heurística aprendida anteriormente.

#### *Familiarización con el problema*

Las preguntas enfocadas hacia esta primera fase de la heurística de resolución de problemas, pretendían que el estudiante reconociera la información importante del problema, lo pudiera expresar con sus propias palabras e identificara el objeto matemático adecuado para abordar su solución. Las respuestas de los estudiantes se observan en la Tabla 5.

**Tabla 5. Familiarización con el problema**

<b>Pregunta</b>	<b>Respuesta</b>
¿Quién es el personaje?	E1: “El personaje es Juan Esteban” E2: “El personaje es Juan Esteban” E3: “Ricardo Gonzalez” E4: “El personaje es Ricardo Gonzales”

¿Qué necesita lograr?	E5: “Harold Smith”
	E1: “saber en cuales atracciones se puede montar juan Esteban”
	E2: “saber en cuales atracciones se puede montar en el parque”
	E3: “quiere saber cuánto dinero habrá recolectado al cabo de un año por las ventas de las mochilas taironas”
	E4: “y que necesita lograr cuanto recolecta en el año”
	E5: “de garantizarles a todos los estudiantes inscritos el material necesario para las clases”
¿Qué objeto matemático se debe utilizar?	E1: “el comparar cual es menor y cual es mayor de números decimales”
	E2: “comparación de números decimales”
	E3: “Ricardo debe utilizar la multiplicación de números decimales”
	E4: “multiplicación de números decimales”
	E5: “se necesita la multiplicación (de sumas) de números decimales”

---

Nota. Respuestas de los estudiantes a la primera fase de la heurística de Miguel de Guzmán.

Teniendo en cuenta las respuestas de los estudiantes se logra observar que en los diferentes problemas propuestos:

- Comprendieron la información presentada de manera acertada.
- Lograron identificar de manera correcta quién era el personaje de la situación.
- Realizaron una traducción de la situación a términos mucho más conocidos por ellos.
- Comprendieron qué era lo que debían hacer, es decir, lograron identificar el propósito del personaje dentro de la situación y asumieron, el papel del personaje, tratando de solucionar el problema que se le presentaba.

- Hicieron una reflexión interna sobre los objetos matemáticos que habían aprendido anteriormente, y dentro de ellos, escogieron el que consideraban más adecuado para llegar a la solución del problema.

De acuerdo con de Guzmán (2007), en esta fase de familiarización con el problema, cada uno de los estudiantes realizó una manipulación autónoma que les permitió reconocer la información relevante, las dificultades que presentaba el problema y llevar a cabo un análisis de su estructura, con el fin de revisar si ya se había trabajado un problema similar. En este caso, lograron identificar en uno de los problemas, la estructura de tipo multiplicativa, mientras que en el otro, hallaron una estructura de tipo comparativa, estructuras en las que se habían ocupado anteriormente.

#### *Búsqueda de una estrategia adecuada*

Durante este momento, se le pidió al estudiante que elaborara una estrategia para la solución de cada uno de los problemas que se les presentaron. Las respuestas de los estudiantes se han registrado en la Tabla 6.

**Tabla 6. Búsqueda de una estrategia apropiada**

<b>Pregunta</b>	<b>Respuestas</b>
¿Cuál es la estrategia que vas a utilizar para hallar el valor del objeto matemático?	<p>E1: “ubicar los números que voy a comparar”; “colocar mayor o menor que correspondan”; “establecer si Juan Esteban puede ingresar a la atracción”.</p> <p>E4: “ubicar los números para la resta”; “restar”; “revisar si puede ingresar o no”.</p> <p>E2: “multiplicar el valor de cada mochila en dólares, por su equivalente en pesos colombianos”; “después de encontrar el valor de cada mochila en pesos colombianos, multiplicar este valor por la cantidad de mochilas que se exportan en un mes”; adicionalmente, y debido a que la estrategia propuesta en esta actividad estaba incompleta, propone el tercer paso, “multiplicar lo que vende en el mes por todo el año”.</p>

E3: manifiesta que los dos primeros pasos son correctos y adiciona el tercer paso diciendo que hace falta “multiplicar lo que vende en el mes por 12”, haciendo referencia a que la estrategia permitía encontrar lo que se ganaba por la venta de las mochilas durante sólo un mes y el contrato era por todo el año.

E4: “multiplicar los caballetes por 49,3”; “restar lo que meda de 1.500”

---

Nota. Respuestas de los estudiantes a la segunda fase de la heurística de Miguel de Guzmán.

Teniendo en cuenta las respuestas de los estudiantes se observa:

- Un alto nivel de comprensión lectora que permitió la construcción de pasos acordes al propósito del personaje dentro de la situación.
- Muchos de los pasos contruidos fueron realizados por ensayo y error, hasta encontrar la acción adecuada que consignar en la hoja de respuestas.
- En la elaboración de cada uno de los pasos de la estrategia se observan acciones bastante específicas que pueden ser llevadas a cabo muy fácilmente.
- Uno de los pasos contruidos en la actividad AD2, permite determinar si el personaje puede ingresar a la atracción.
- Validaron los pasos propuestos en la estrategia dada (AD3) y construyeron uno nuevo, teniendo en cuenta que la estrategia que se les entregó, se encontraba incompleta.
- La secuencia de pasos elaborada, permite llegar a la solución de cada uno de los problemas presentados.

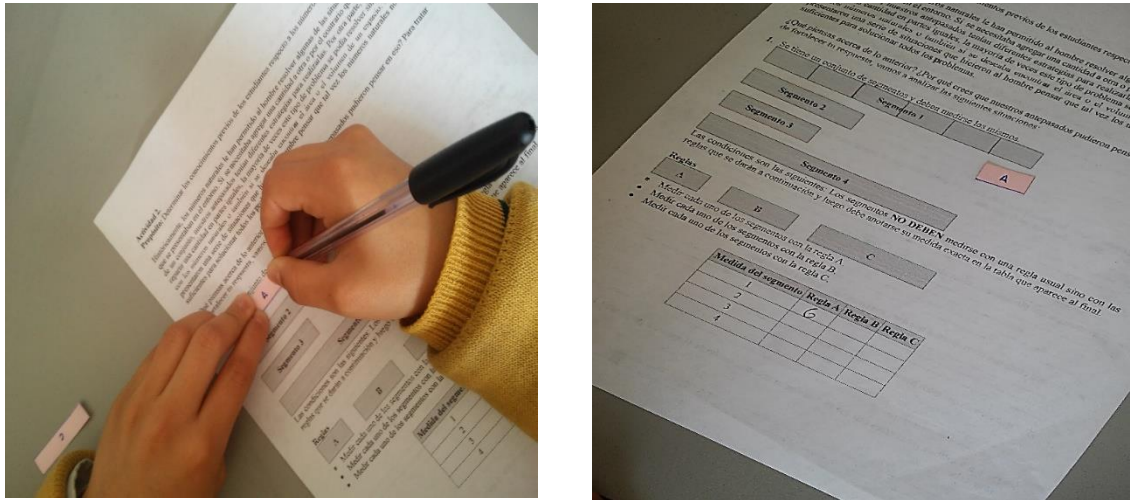
A partir de los ensayos diversos que realizaron los estudiantes, lograron elaborar un plan de acción que les permitiera resolver el problema (de Guzmán 2007). Se resalta igualmente, la construcción de un único plan de acción, estrategias alternas no son tenidas en cuenta por los estudiantes.





Aunque esto sucedió en las primeras actividades, en la Figura 7 se observa como la estudiante E3, lleva a cabo la estrategia propuesta, empieza por medir cada uno de los segmentos con las reglas dadas y procede a ir escribiendo la respuesta en la tabla.

**Figura 7. Desarrollo estrategia AU2**



En las anteriores imágenes se muestra como el estudiante logró encontrar una estrategia que le permitiera llegar a la solución del problema y la llevó a cabo, realizando el plan de acción que la estrategia requería (De Guzmán, 1995). Se resalta el cumplimiento del estudiante a cada uno de los pasos que propuso en la fase de búsqueda y elaboración de estrategias, sin desviarse del plan propuesto.

### *Reflexión acerca del camino seguido*

Como lo menciona de Guzmán (1995), si el estudiante se conoce a fondo a sí mismo en lo que se refiere a la capacidad para resolver problemas, sabrá cuáles son sus puntos fuertes, aquellas destrezas en las que manifiesta un cierto gusto especial y una señalada capacidad. Esto le proporcionará una pista sobre el tipo de problemas y de actividad heurística en que puede ocuparse con más confianza y probablemente con más éxito; del mismo modo, sabrá también de sus defectos, será capaz de disolver posibles engaños sobre sí mismo y estará atento a cualquier posibilidad de fallo importante al que sus puntos débiles puedan conducirme. Por otra parte, si el estudiante sabe cuáles son sus carencias, podrá poner

manos a la obra con afán para subsanarlas, estando atento a ellas y observando con interés la actividad de quienes puedan enseñarle a proceder más adecuadamente.

Durante el segundo momento, se les preguntó a los estudiantes si existían maneras diferentes para solucionar el problema, acerca de sus dificultades, si lograron solucionar el problema y si consideraban que las respuestas ofrecidas eran correctas, sus respuestas se muestran en la Tabla 7.

**Tabla 7. Reflexión acerca del camino seguido AD2 - AD3**

<b>Pregunta</b>	<b>Respuesta</b>
¿Existe otra manera de solucionar el problema?	E1: “No”
	E2: “No existe otra manera de solucionar el problema”
	E3: “Ninguna. No creo”
	E5: “podría hacer una suma pero tardaría mucho”
¿Qué dificultades tuviste?	E2: “no entendí algunas cosas”
	E3: “algunas restas no las pude hacer y le pedí ayuda al profesor”
	E4: “no entendí el problema, no sabía cual era la operación”
¿Por qué crees que los resultados son correctos?	E1: “no son corretos porque faltaba lo de un años”
	E2: “no porque no estaban los resultados de un año solo los de un mes”
	E5: “por que faltaron las respuestas de cada multiplicación en el año”
¿Pudiste solucionar el problema?	E3: “sí por que el profesor nos dio unas pistaz y eso nos ayudó”
	E4: “si por que el profesor me ayudo con algunas cosas que yo no entendía”

	E5: “No por qué algunas preguntas eran difísiles y complicadas y no las entendía. No le pregunte al profe”
¿Lograste encontrar los errores en la solución del problema?	E2: “sí porque analizamos pensamos y resolvimos bien”
	E3: “sí por que yo lo lei y entendí el problema y lo respondi sin alluda”
	E4: “sí por que lei el problema y las preguntas y el profesor nos ayudo y yo también respondi preguntas ”

---

Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes a la tercera fase de la heurística de Miguel de Guzmán.

Con las tareas propuestas para el momento dos, se pudo notar que:

- Los estudiantes luego de encontrar una manera de solucionar el problema, no realizan la búsqueda de una manera más simple para resolverlo, salvo en una respuesta del estudiante E5, se aprecia que encontró otra manera de resolver el problema, sin embargo, consideró que gastaría bastante tiempo, por lo cual desistió de utilizar esa estrategia.
- Los estudiantes son conscientes de cuando no logran entender algunas cosas del problema y requieren el apoyo de un agente externo, en muchos de los casos, solicitaron ayuda al profesor para superar las dificultades presentadas.
- Los estudiantes luego de leer la información brindada en la situación AD2, encontraron los pasos en los que se había cometido algún error, los corrigieron y llegaron a solucionar la actividad de manera correcta.
- Existe en los estudiantes la necesidad de consultar con una fuente externa que les permita superar las dificultades y hallar una solución acertada al problema. Al mismo tiempo, requieren la aprobación por parte del profesor de cada una de las acciones que realizan.
- En el caso del estudiante E5, reconoce que no entendió algunas de las preguntas planteadas en los problemas, sin embargo, no solicitó ayuda alguna y no logró solucionar los problemas.

- A pesar de las dificultades presentadas, son muy pocos los estudiantes que reconocen que durante el desarrollo de las actividades se les presentaron obstáculos que fueron superados con el apoyo de sus compañeros o del profesor.
- Los estudiantes no suelen dedicar mayor esfuerzo a la búsqueda de estrategias alternas para llegar a la solución del problema.
- Algunos de los estudiantes no buscan apoyo de fuentes externas cuando no comprenden del todo la información o las preguntas que se plantean.

A nivel general, se observa que aún esta fase de reflexión no es desarrollada de la manera más honesta posible, sin embargo, les permitió a los estudiantes, revisar el camino que habían seguido hasta la solución del problema; mejorar sus procesos de pensamiento; observar su actitud frente al problema e identificar el por qué llegaron a resolverlo (de Guzmán, 1995).

### **8.2.2. Categoría Estrategias Metacognitivas**

#### *Planeación*

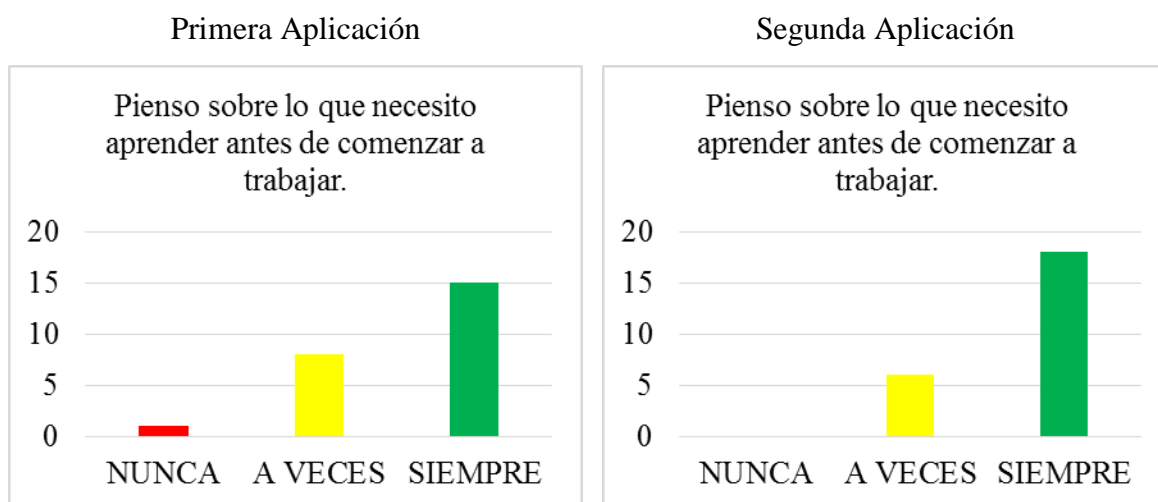
Dentro de las estrategias metacognitivas descritas por Tesouro (2015), se pueden considerar como acciones de planeación: a) objetivos de aprendizaje; b) selección de conocimientos previos; c) prever el tiempo y los recursos y d) seleccionar la estrategia a seguir.

#### **Objetivos de aprendizaje**

Como lo mencionan Jorba y San Martí (1993) “si se quiere conseguir una enseñanza eficaz conviene que los estudiantes sean conscientes de lo que van a aprender y del porqué se proponen unas determinadas actividades para facilitar este aprendizaje” (p.10). A pesar de que en ninguno de los problemas planteados durante el desarrollo de la UD, los estudiantes manifiestan explícitamente los objetivos que se plantean mientras están desarrollando una actividad, gracias a la aplicación del MAI Jr, se logra evidenciar que internamente sí lo realizan.

En la Figura 8, se observan las respuestas de los estudiantes en la primera y segunda aplicación del MAI Jr. En la gráfica de la izquierda, hay un grupo significativo de estudiantes que manifiestan que en muy pocas oportunidades, se cuestionan sobre lo que necesitan aprender, afortunadamente, con la realización de las actividades de la UD, se observa en la derecha, que la mayoría de los estudiantes se empezaron a preguntar sobre lo que necesitan aprender antes de empezar las clases o las actividades, esto demuestra que en realidad sí se fijan objetivos o metas de aprendizaje al inicio de las clases o de las actividades.

**Figura 8. Ítem 9-Cuestionario MAI Jr**



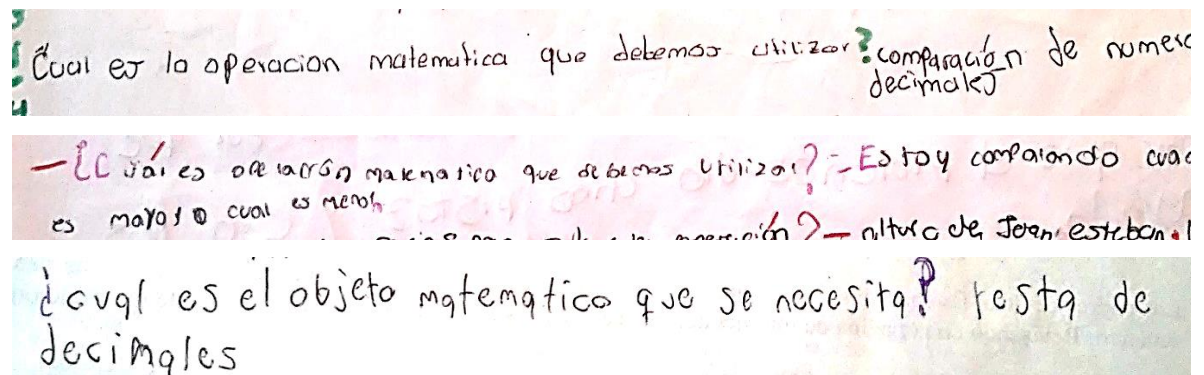
Si bien en cada uno de los inicios de las clases, el maestro enuncia el propósito de las mismas, es difícil determinar si este coincide con el propósito u objetivo que se traza el estudiante. De la misma manera, para el maestro, el propósito implícito de la resolución de un problema es que el estudiante llegue a resolverlo aplicando alguno de los aprendizajes realizados en clase, sin embargo, puede ser que para el estudiante, este no sea el propósito, en varios casos se observó que para el estudiante era más importante la calificación numérica que el aprendizaje logrado con el desarrollo de las actividades.

### **Conocimientos previos**

La actividad AD2 podía ser resuelta utilizando la comparación entre números decimales o la resta entre números decimales. En las respuestas de los estudiantes se observa que la

mayoría utilizó la comparación, mientras que solamente un estudiante, utilizó la resta de números decimales (Figura 9). En los dos casos, los estudiantes solucionaron satisfactoriamente la actividad.

Figura 9. Conocimientos previos AD2



En la actividad AD3 se les ofrecía el objeto matemático y los estudiantes debían decidir si estaba correcto, o por el contrario debían cambiarlo de acuerdo a la información del problema. En esta actividad, todos coincidieron en que la multiplicación de números decimales (véase Figura 10), correspondía al objeto matemático necesario para resolver la situación, razón por la cual colocaron una X para indicar que la sugerencia estaba correcta.

Figura 10. Conocimientos previos AD3

¿Qué objeto matemático se debe utilizar? Bien: X Mal:         
Ricardo debe utilizar la multiplicación de números decimales.

Cabe mencionar que es posible que anteriormente los estudiantes hubieran trabajado con problemas que tuvieran estas mismas estructuras (comparativa y multiplicativa), razón por la cual, lograron identificar rápidamente el objeto matemático necesario para su solución.

### Tiempo y recursos

En los momentos de *ubicación* y *reenfoque*, los estudiantes no tienen en cuenta en la planeación, el tiempo y los recursos necesarios para abordar la solución de los problemas planteados en la UD, solamente en una de las actividades del momento de *desubicación*, los

estudiantes manifiestan algunas frases relacionadas con el tiempo requerido para solucionar el problema.

E3: “podría hacer una suma pero tardaría mucho”

E4: “suma pero se de mora”

En las dos respuestas de los estudiantes se observa un alto nivel de consciencia respecto al tiempo que van a utilizar para resolver el problema, puesto que consideran que si realizan la solución mediante la adición de números decimales, tardarán mucho más tiempo que si la realizan mediante la multiplicación de números decimales. Igualmente, se observa que en los dos estudiantes, la noción de multiplicación como forma abreviada de la adición, parece estar bastante clara.

Es posible que esta baja consciencia del tiempo y los recursos que se requieren para iniciar la solución de una tarea o un problema, se deban entre otros, a la marcada tradición de los maestros de matemáticas de darle más importancia a la respuesta, que a la comprensión del problema y la elaboración de un plan de acción que les permita a los estudiantes llegar a una solución adecuada.

### **Estrategia apropiada**

La elección de una estrategia apropiada les permite a los resolutores de problemas, la construcción de una serie de pasos y un orden a seguir en el proceso de solución de un problema. En este proceso debe invertirse una buena cantidad de tiempo, pero luego de encontrar una estrategia adecuada, el trabajo fluirá rápidamente (Tesouro, 2015).

Dentro de lo que se pudo observar al realizar las actividades, es que al inicio, la búsqueda de una estrategia apropiada no era tan importante para los estudiantes, directamente empezaban a realizar operaciones con los valores numéricos que aparecían en el problema, confirmando uno de los hallazgos encontrados por Troncoso (2013); así mismo, los pasos que iban señalando no eran específicos con respecto al problema, sin embargo, esto fue cambiando a medida que se fueron trabajando las demás actividades, ya que los estudiantes

dedicaron un poco más de atención a este proceso y por consiguiente los resultados fueron mucho más satisfactorios.

En la actividad AD2, Se obtuvieron las siguientes respuestas de los estudiantes respecto a la búsqueda y selección de una estrategia apropiada:

E1: “ubicar los números que voy a comparar; colocar mayor o menor que según correspondan; establecer si Juan Esteban puede ingresar a la atracción”

E2: “ubicar los números a colocar; colocar mayor o menor”

E3: “escribir los números; colocar mayor o menor; decir si Juan esteban puede ingresar”

E4: primer paso, “ubicar los números para la resta”; segundo paso, “restar”; tercer paso, “revisar si puede ingresar o no”

E5: “poner la altura del niño y las atracciones; decir si es mayor o menor; si es menor puede ingresar”

Teniendo en cuenta lo manifestado por los estudiantes, se observa la comprensión total de la situación, aunque no fue manifestada la lectura como un paso de la estrategia, gracias a esto, lograron identificar que el problema podía ser resuelto mediante la comparación o sustracción de números decimales; a partir del objeto matemático, empezaron a utilizar las alturas de los juegos del parque y del personaje, determinando si el personaje podía ingresar o no a esa atracción.

En la actividad AD3, dos pasos de la estrategia fueron ofrecidos. Los estudiantes coincidieron en que estos pasos para solucionar el problema eran correctos, primer paso: multiplicar el valor de cada mochila en dólares, por su equivalente en pesos colombianos; segundo paso: después de encontrar el valor de cada mochila en pesos colombianos, multiplicar este valor por la cantidad de mochilas que se exportan en un mes. En esta estrategia faltaba un paso más, agregado exitosamente por cada uno de los estudiantes.

E1: “tiene que multiplicar lo que vende en el mes por todo el año”

E2: “multiplicar lo que vende en el mes por todo el año”.



E3: “multiplicar lo que vende en el mes por 12”.

E4: “lo que vende en el mes por todo el año”

E5: “lo que venden por todo el año”

Con la actividad AD3 se evidencia que no sólo el estudiante es capaz de construir desde cero una estrategia para la resolución de un problema, sino que además, puede validar la información que se le ofrece, completar los pasos faltantes y llevarlos a cabo de acuerdo al plan de acción.

### *Monitoreo*

Para Tesouro (2015), durante el monitoreo, se llevan a cabo las siguientes acciones: a) seguimiento al plan trazado; b) búsqueda de estrategias alternativas; c) reasignación de tiempo y recursos y d) búsqueda de ayuda.

Si bien se lograron grandes avances en los ítems a) y d), se evidencian grandes falencias en la búsqueda de estrategias alternativas y la reasignación de tiempo y recursos, para los estudiantes encontrar nuevas estrategias de solución, no es un paso relevante.

### **Seguimiento al plan trazado**

A partir del segundo momento, se les pidió a los estudiantes que al frente de cada paso, fueran colocando un cuadro que les permitiera chequear con un chulo (☒) , cada vez que lo fueran completando. A partir de esta instrucción se logró evidenciar que todos los estudiantes fueron formulando los planes de acción, ubicando al final el cuadro, a medida que se iba completando el paso, lo iban chuleando.

E1: a partir de la indicación, en todas las actividades aparecen todos los pasos marcados.

- 1 ubicar los números que voy a comparar ☒
- 2 Colocar mayor que o menor que según corresponda ☒
- 3 Establecer si Juan este van puede ingresar a la atracción ☒

E2: a partir de la indicación, en todas las actividades aparecen todos los pasos marcados.

- ubicar los números que voy a colocar ☒
- colocar mayor o menor ☒

E4: a partir de la indicación, en todas las actividades aparecen todos los pasos marcados.

- 1 ubicar los números para la resta ☒
- 2 restar ☒
- 3 revisar si puede ingresar o no ☒

E5: a partir de la indicación, en todas las actividades aparecen todos los pasos marcados.

1. poner la altura del niño y las atracciones ☒
2. decir si es mayor o menor ☒
3. si es menor puede ingresar ☒

Tal como lo indica Tamayo (2006), estas acciones de los estudiantes hacen evidente el proceso de regulación metacognitiva puesto que está verificando y rectificando la estrategia seguida.

### Estrategias alternativas

Durante las actividades AD2 y AD3, se les preguntó a los estudiantes si existía otra manera para solucionar los problemas que se les habían presentado. Como se observa en la Tabla 8, la mayoría considera que no existe ninguna otra manera para resolver los problemas

planteados, confirmando uno de los hallazgos de Buitrago y García (2012), no obstante, en la actividad AD3, un par de estudiantes indicaron que el problema podría ser resuelto gracias a la adición de números decimales, aunque el tiempo dedicado para llevar a cabo esta solución, era mucho mayor que el que se requería si se solucionaba mediante la multiplicación de números decimales.

**Tabla 8. Estrategias Alternativas - Momento de desubicación**

<b>Pregunta</b>	<b>Respuesta</b>	<b>Análisis</b>
¿Existe otra manera de solucionar el problema?	Actividad AD2	Cabe resaltar, que la actividad AD2, fue resuelta en su mayoría, utilizando la comparación de números decimales, salvo un estudiante, que realizó la solución del problema, usando la sustracción de números decimales.
	E1: “No”	
	E2: “No”	
	E3: “Ninguna. No creo”	
	E4: “No existe otra manera de solucionar el problema”	
	E5: “si que balla a otro lugar del parque como el lago”	En la mayoría de las respuestas de los estudiantes, se mantiene lo observado desde el momento de ubicación, en donde los estudiantes muestran dificultades para la elaboración de una segunda estrategia o plan de acción que les permita resolver el problema, se quedan con el primero que construyen, así existan formas mucho más eficientes para solucionar las actividades planteadas.
	Actividad AD3	
	E1: “Ninguna”	
	E2: “No”	
	E3: “podría hacer una suma pero tardaría mucho”	
	E4: “suma pero se de mora”	
	E5: “No creo”	

Nota. Respuestas de los estudiantes, enfocadas a la búsqueda de nuevas estrategias para la solución del problema.

### **Reasignación de tiempo y recursos**

En los tres momentos, no se tienen evidencias escritas de ninguno de los estudiantes respecto a una reasignación del tiempo y los recursos para llegar a resolver un problema. Esto se debe en gran medida a las dificultades que presentan los estudiantes para encontrar una estrategia alternativa, hacer una comparación entre los dos planes de acción y elegir de entre las dos, cuál es la mejor.

Mediante la observación que se realizó, en relación con el tiempo, se podría decir que los estudiantes no son conscientes de este recurso, para ellos, el tiempo necesario para resolver las actividades depende de la duración de las clases, ya que al final de ellas, deben mostrar o entregar lo que han realizado. En el caso de los elementos que necesitan a la hora de emprender la resolución de un problema, les basta con una hoja, lápices, esferos, borradores por si se equivocan y reglas o escuadras para las representaciones del problema.

### **Búsqueda de ayuda**

Desde la perspectiva de Fernández (1993), es importante que el estudiante busque la ayuda de los compañeros, del profesor o de otros adultos, ya que de esta manera pueden reconocer información que no se ha tenido en cuenta y superar las dificultades que se les han presentado. En el análisis hecho durante los tres momentos, se observó que los estudiantes buscaban apoyo entre ellos, o en la mayoría de los casos, solicitaban apoyo del maestro. A continuación se enuncian algunas de las afirmaciones que realizaron los estudiantes respecto a la búsqueda de ayuda:

- E1: “algunas restas no las pude hacer y le pedí ayuda al profesor”
- E2: “que el profesor nos ayudo y también leímos una hoja para resolverlo”
- E3: “por que el profesor nos dio unas pistas y eso nos ayudo”
- E4: “por que el profesor me ayudo con algunas cosas que yo no entendía. Por que entendimos todo”
- E5: “por qué algunas preguntas eran difíciles y complicadas y no las entendía, no le pregunte al profe”

No obstante, como le ocurrió al estudiante E5, consideró la falta de comprensión de algunas de las preguntas planteadas, pero aun así, no solicitó apoyo para solucionar sus dudas, al cuestionarlo por este comportamiento, manifestó que abandonó el desarrollo de la actividad simplemente porque no la entendió y no buscó ayuda en sus compañeros o en el docente para superar las dificultades presentadas.

### *Evaluación*

Para Tesouro (2015) es importante que el estudiante realice una evaluación antes y después de realizar una actividad, pidiéndole que autoevalúe su grado de confianza en las respuestas que proporciona a las preguntas o que autoevalúe sus expectativas y posibilidades de éxito antes de comenzar una actividad, es por esta razón, que se hace necesario que el estudiante realice una revisión acerca de: a) la consecución de los objetivos y del b) proceso de aprendizaje.

### **Consecución de los objetivos**

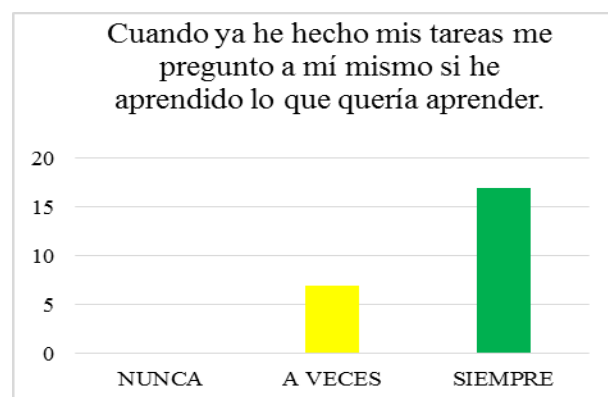
Durante la primera aplicación del MAI Jr. (véase Figura 11), se observa que muchos de los estudiantes no se cuestionan acerca de si han aprendido lo que querían aprender en las clases o mientras desarrollan una actividad, para algunos es algo intrascendente y sin ninguna importancia. Por otro lado, muchos de los estudiantes que consideran necesario preguntarse si realmente han aprendido lo que necesitaban aprender, suelen tener mejores resultados en las actividades. Llevada a cabo la segunda aplicación del MAI Jr. (véase Figura 11), se evidencia que la totalidad de los estudiantes del curso, consideran importante realizar una reflexión interna sobre la consecución de los aprendizajes que estaban planteados en las clases y durante el desarrollo de las actividades.

**Figura 11. Ítem 7 - Cuestionario MAI Jr.**

**Primera Aplicación**



**Segunda Aplicación**



**Proceso de aprendizaje**

Como lo menciona Tesouro (2015), es necesario que el estudiante se autointerrogue sobre los propios conocimientos y mecanismos utilizados antes, durante y después de llevar a cabo un aprendizaje. Durante este momento, se quiso indagar acerca de las dificultades de los estudiantes, la validez de los resultados y si lograron solucionar el problema. Las respuestas se han registrado en la Tabla 9.

**Tabla 9. Evaluación proceso de aprendizaje - Desubicación**

Pregunta	Respuesta	Análisis
¿Qué dificultades tuviste?	E1: “Estaba muy fácil y porque mi compañera me ayudó”	Siguiendo el proceso de aceptación y exteriorización de las dificultades, los estudiantes estuvieron mucho más dispuestos a comunicar aquellas cosas que se le dificultaron mientras desarrollaban las actividades.
	E2: “no entendí algunas cosas”	
	E3: “algunas restas no las pude hacer y le pedí ayuda al profesor”	
		En las respuestas de los estudiantes E1, E3 y E5, se observan las formas

	<p>E4: “no entendí el problema, no sabía cual era la operación”</p> <p>E5: “casi algunas porque el profesor explico y no puse atención”</p>	<p>en que lograron solucionar los obstáculos que se les presentaron, gracias a la ayuda de los compañeros o del maestro.</p>
¿Por qué crees que los resultados son correctos?	<p>E1: “no son corretos porque faltaba lo de un años”</p> <p>E2: “no porque no estaban los resultados de un año solo los de un mes”</p> <p>E3: “porque no eran correctos porque si”</p> <p>E4: “los resultados no son correctos porque faltaba la multiplicación”</p> <p>E5: “por que faltaron las respuestas de cada multiplicación en el año”</p>	<p>En esta actividad se evidencia un poco más de seguridad en las afirmaciones de los estudiantes respecto a la validez de los resultados que se les presentaron y que debían determinar si eran correctos o no. Se observa igualmente, que lograron plantear un paso adicional con el cual la estrategia quedaría completa y la solución del problema sería correcta.</p>
¿Pudiste solucionar el problema?	<p>E1: “estaba muy fácil”</p> <p>E2: “tuve que leer muy bien y responder”</p> <p>E3: “sí por que el profesor nos dio unas pistaz y eso nos ayudó”</p> <p>E4: “si por que el profesor me ayudo con algunas cosas que yo no entendía”</p> <p>E5: “No por qué algunas preguntas eran difisiles y</p>	<p>En estas respuestas, se observa por un lado, una reflexión sobre el camino que tuvieron que llevar a cabo para encontrar la solución del problema, enuncian las dificultades que se les presentaron y la forma en que superaron esas dificultades (mediante preguntas al maestro). Por otro lado, se evidencia la falta de búsqueda de apoyo que adquieren algunos estudiantes cuando no entienden la</p>

	complicadas y no las entendía. No le pregunte al profe”	información del problema y en el caso del estudiante E1, se aprecia la dificultad para aceptar que se han tenido dificultades y que se ha tenido que buscar apoyo, algo que no manifiesta en su respuesta.
¿Lograste encontrar los errores en la solución del problema?	<p>E1: “tuve que revisar muy bien”</p> <p>E2: “sí porque analizamos pensamos y resolvimos bien”</p> <p>E3: “sí por que yo lo lei y entendí el problema y lo respondi sin alluda”</p> <p>E4: “sí por que lei el problema y las preguntas y el profesor nos ayudo y yo también respondi preguntas ”</p> <p>E5: no contestó nada</p>	<p>En estos comentarios se evidencia nuevamente una reflexión sobre el propio proceso de aprendizaje, las acciones que permitieron encontrar los errores en la solución planteada como una revisión individual a consciencia de la información y la búsqueda de ayuda cuando no se lograban superar las dificultades. Con este ejercicio los estudiantes reconocieron la importancia de realizar una autoevaluación más allá de un valor numérico sobre su propio desempeño en el desarrollo de las actividades.</p>

---

Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes sobre la evaluación de su propio proceso de aprendizaje.

### 8.3. Momento tres (Reenfoque)

Para este momento, se realizó una nueva aplicación del MAI Jr y una entrevista semiestructurada con el propósito de indagar acerca de la efectividad de las actividades propuestas en la UD y determinar si las dificultades encontradas en el momento de ubicación, fueron superadas.



### ***8.3.1. Categoría resolución de problemas auténticos***

#### ***Familiarización con el problema***

Durante el momento de reenfoque, se les preguntó a los estudiantes si antes de las actividades realizadas en la UD, utilizaban alguna secuencia de pasos para la solución de un problema.

- El estudiante E1 manifiesta: “sí y los pasos son leer el problema que está ahí plantado y hacer la operación que para mí es cómo la respuesta”.
- La estudiante E3 afirma: “sí porque nos ayudaba mucho para el problema, primero leer la pregunta y después mirar cuál era la respuesta”.

En las dos respuestas de los estudiantes se observa que inicialmente su forma de resolver un problema iba encaminada a realizar una lectura comprensiva de la situación, elegir uno de los objetos matemáticos trabajado en clase y posteriormente, llegar a enunciar la respuesta al problema, aunque para muchos de ellos, el resultado de la operación realizada ya era la respuesta al problema, no hacían el proceso de traducción de esos resultados según la información del problema.

Posteriormente, con el trabajo que se realizó a partir de la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán (1995), se evidenció un cambio bastante significativo en cuanto al abordaje inicial del problema, puesto que los estudiantes fueron capaces de identificar la información relevante dentro de la situación, reconocer el propósito del personaje en el problema, e incluso, lograron reescribir el problema utilizando sus propias palabras, de tal manera que fuera mucho más comprensible para ellos.

#### ***Búsqueda y selección de una estrategia apropiada***

Dentro de la entrevista semiestructurada, se les cuestionó a los estudiantes acerca de la importancia de buscar estrategias y elaborar un plan para llegar a la solución del problema. Al respecto se obtuvieron las siguientes respuestas:

- E1: “Sí porque con las gráficas se entiende mejor y puedo yo resolver mejor el problema”

- E2: “Sí porque así puedo resolver mejor el problema siguiendo los pasos, con los pasos sé que estoy haciendo y me queda más fácil hacer el problema”
- E3: “Sí porque la estrategia son de ayuda, porque son tres pasos que tenemos que hacer para ver si nos está quedando bien”

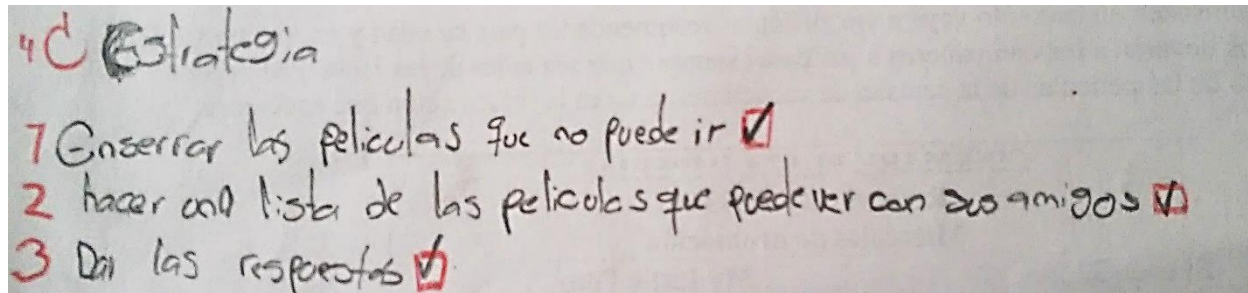
Como se observó en el primer momento, los estudiantes realizaban la estrategia de manera interna, lo cual no permitía visualizar en orden cronológico las acciones que realizaban mientras resolvían un problema, ahora en sus respuestas se observa una marcada importancia hacia la elaboración de una estrategia y un plan de acción o secuencia de pasos que les permita revisar las acciones que están llevando a cabo.

Por otro lado, los estudiantes resaltan la necesidad de utilizar gráficas o diagramas que les permitan entender mejor lo que el problema les está pidiendo. Como lo menciona de Guzmán (1995), son muchos los problemas que se hacen más claros cuando se ha logrado encontrar una representación adecuada de los elementos que en él intervienen, de esta manera es posible que queden resaltadas las relaciones entre los aspectos importantes del problema y de ahí, surgen ideas que pueden esclarecer sustancialmente la situación y posibilitan la elaboración de una estrategia a seguir.

#### *Puesta en marcha de la estrategia*

“De entre las estrategias que han surgido habrá alguna o algunas que parezcan más promisorias, más potentes, más fáciles, más elegantes..., se debe elegir una para atacar a fondo el problema con ella” (de Guzmán, 1995, p.215). Durante el tercer momento, se les pidió a los estudiantes que volvieran a resolver el problema de la actividad AU3 con el fin de revisar los cambios observados. En la primera aplicación del problema, los estudiantes no habían elaborado ninguna secuencia de pasos o estrategia que les permitiera resolverlo, sin embargo, durante la segunda aplicación se observa que la mayoría, elaboró un listado de al menos tres pasos para llegar a resolver el problema (véase Figura 12). Adicionalmente, iba colocando un cuadro de verificación que iba rellenando cada vez que cumplía con el paso.

Figura 12. Desarrollo estrategia AU3



En lo descrito durante los tres momentos, se evidencia que el estudiante inicialmente, aunque no lo mencionara, sí realizaba una secuencia de pasos que no exteriorizaba, a los cuales les iba haciendo un seguimiento de manera interna; luego de la intervención, empezó a exteriorizar los pasos que seguía y adicionalmente, accedió a irlos chequeando a medida que cumplía con cada uno de ellos.

#### *Reflexión acerca del camino seguido*

A la pregunta de si el estudiante utilizaba alguna secuencia de pasos para la solución de un problema, no se encuentran respuestas que indiquen una reflexión local o profunda sobre el propio proceso de pensamiento. Esto indica que el estudiante no destinaba tiempo a encontrar una solución mucho más simple, a determinar la manera en que se llegó a la estrategia adecuada, a cuestionarse si llegó a la solución o las dificultades que no le permitieron llegar a la solución. Más aún, en otra pregunta que se les hizo a los estudiantes, consideraban que no realizaban esta revisión debido a que nunca se les había pedido que lo hicieran.

Este es uno de los errores más notables dentro de las clases de matemáticas, ya que no se le incentiva al estudiante a que realice una reflexión de si se ha acercado a las estrategias correctas, en cuál momento les ha llegado ese momento de inspiración, bajo cuáles circunstancias, si es posible fomentar la fluencia espontánea de ideas variadas, originales, novedosas (de Guzmán, 1995). Desafortunadamente, se tiene la tendencia a que lo importante es la respuesta del problema, más no el camino en cómo se ha llegado a ella.

### **8.3.2. Categoría Estrategias Metacognitivas**

#### *Planeación*

##### **Conocimientos previos**

En la entrevista semiestructurada, se observa que los estudiantes subrayan la importancia de leer muy bien el problema, ya que de esta manera pueden encontrar la operación (objeto matemático) que sea adecuada según la información que se les ofrece. Se debe agregar que muchos de los problemas que se han trabajado en las clases de matemáticas poseen ciertas estructuras, las cuales los estudiantes han aprendido a reconocer y para ellos, le resulta mucho más fácil la elección del objeto matemático correcto. Dentro de las respuestas de los estudiantes se tienen:

- E1, dice: “primero leía y hacía la operación” ... “a veces era una suma, una resta o una multiplicación”
- E3, por su parte cuenta que “en uno de los problemas no tuve que hacer operaciones” ... “era solo tachar y hacer una lista”
- E4, manifiesta que: “a veces es difícil encontrar la operación que sirve”

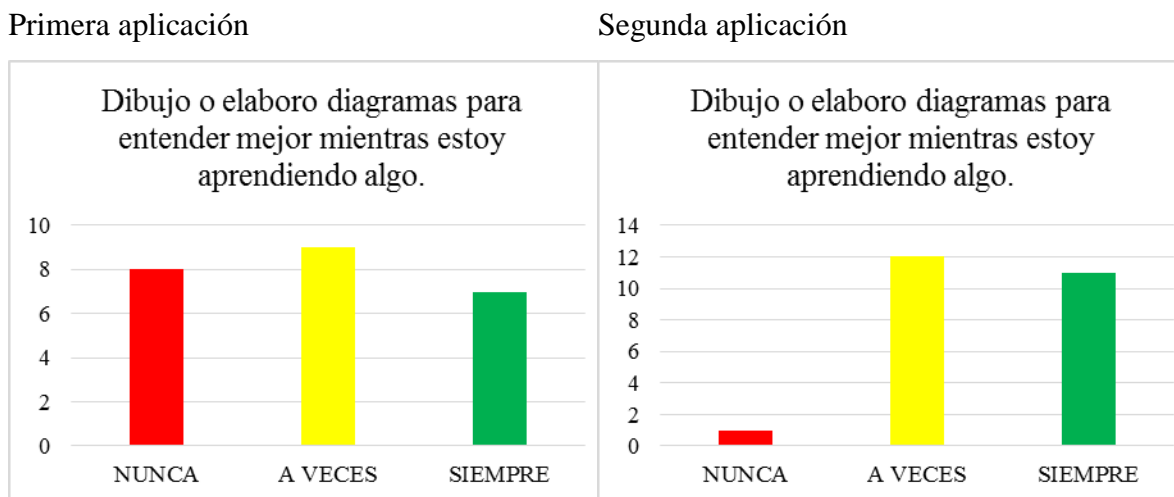
En el caso de la estudiante E3, debido a que no realiza una operación de las que está acostumbrada a hacer (sumas, restas, multiplicación y división), considera que las acciones que realizó no son propias de la resolución de problemas en matemáticas, desconoce que el organizar y eliminar información de acuerdo a ciertas condiciones, hace parte de los problemas que se le pueden presentar en su vida cotidiana. Por otro lado, la estudiante E4, haciendo una reflexión sobre su proceso de pensamiento, establece que se le dificulta encontrar el objeto matemático adecuado en los problemas, ya que los problemas presentados en la UD (auténticos), no son del tipo de problemas básicos que se suelen colocar en las clases de matemáticas.

##### **Estrategia apropiada**

Con la aplicación del MAI Jr., se observa que si bien al inicio los estudiantes no consideraban la elaboración de diagramas o dibujos que les permitieran comprender mejor la información del problema, luego de desarrollar las demás actividades del UD, en la

segunda aplicación del cuestionario, manifestaron la importancia de la elaboración de esquemas con los cuales el problema se entendiera mejor (véase Figura 13).

**Figura 13. Ítem 6 - Cuestionario MAI Jr.**



Como menciona de Guzmán (1995):

Cuando se nos propone un problema de cualquier tipo, comenzamos el acercamiento a él mediante una representación inicial de los elementos que intervienen en la situación. Tal representación inicial, que es muy decisiva en el éxito de la tarea, está fuertemente condicionada por los conocimientos que el individuo posee de tales elementos. (p. 244)

Ahora bien, gracias a la entrevista semiestructurada, se logró evidenciar que aunque inicialmente los estudiantes no realizaban una planeación explícita, es decir, no exteriorizaban la forma en que solucionaban un problema, luego de realizar las actividades de la UD, consideran a la construcción de la estrategia como una parte fundamental del proceso de resolución de problemas. A continuación, se muestran algunas de las respuestas de los estudiantes.

- E1: “Sí porque con las gráficas se entiende mejor y puedo yo resolver mejor el problema” ... “antes no lo hacía”
- E2: “Sí porque así puedo resolver mejor el problema siguiendo los pasos, con los pasos sé que estoy haciendo y me queda más fácil hacer el problema” ... “antes no los escribía los pasos”

- E3: “Sí porque la estrategia son de ayuda, porque son tres pasos que tenemos que hacer para ver si nos está quedando bien”
- E4: “Sí porque eso es para resolver el problema y para entenderlo más” ... “antes no sabía que tenía que hacerlo”
- E5: “Sí porque es importante saber qué hacer” ... “antes desarrollaba y ya”

Si bien el proceso de planeación no ha tenido la relevancia que debería dentro de las clases de matemáticas, es importante empezar a trabajar sobre él, cabe destacar que el proceso llevado a cabo durante la solución de un problema, en especial donde surgen las ideas que permiten emprender la solución, tiene la misma importancia que la respuesta que se enuncia al final y que es lo que se revisa en la mayoría de los casos. Como lo afirma Tamayo (2006), “si un alumno tiene desarrolladas las capacidades de anticipación y planificación, podrá representarse mentalmente y explicitar, de ser necesario, las acciones que debe llevar a cabo para culminar la tarea con éxito” (p. 6).

### *Monitoreo*

#### **Seguimiento al plan trazado**

Durante la entrevista semiestructurada se le pidió a los estudiantes que respondieran la siguiente pregunta (véase Tabla 10.)

**Tabla 10. Seguimiento al plan trazado - Entrevista semiestructurada**

<b>Pregunta</b>	<b>Respuesta</b>	<b>Análisis</b>
Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realiza para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado?	E1: “sí porque uno hacía unos cuadros para marcar si estaba mal o si estaba bien y se colocaba un chulo si estaba bien, si la estrategia estaba mal tocaba arreglarla” E2: “hacemos un cuadrado y lo chuleamos si ya lo	De acuerdo a la indicación que se ofreció en el momento de desubicación, la totalidad de los estudiantes, empezó a llevar el seguimiento de la estrategia a partir de esta acción, colocar un cuadro e irlo chuleando cada vez que se completaba el paso.

hacemos, si la estrategia nos	
queda mal toca hacerla de	Gracias a que los estudiantes
nuevo y comenzar de nuevo”	lograron crear un buen plan de
E3: “si porque toca hacer	trabajo (estrategia), se pudo
unos unos cuadros e ir	llevar a cabo esta acción de
verificando que ya la	monitoreo, sin embargo, si la
hicimos, si está bien le	estrategia no es cuidadosamente
ponemos un chulito y si está	planeada, a través de esta
mal una X, si la estrategia	acción, se puede llegar al
está mal, la volvemos a	replanteamiento de los pasos
intentar”	seleccionados, ya que otra de
E4: “colocábamos un cuadro	sus funciones, es la de
y cuando y cuando lo	confirmar además, si el paso es
terminábamos eh	adecuado.
colocábamos un chulito, si no	
nos quedaban bien esos pasos	
teníamos que volverlos a	
hacer, volver a hacer la	
estrategia”	
E5: “hago un cuadro en	
frente de cada paso y lo	
chuleo si ya lo hice, si la	
estrategia queda mal hay que	
hacerla de nuevo o le	
pregunto al profesor”	

---

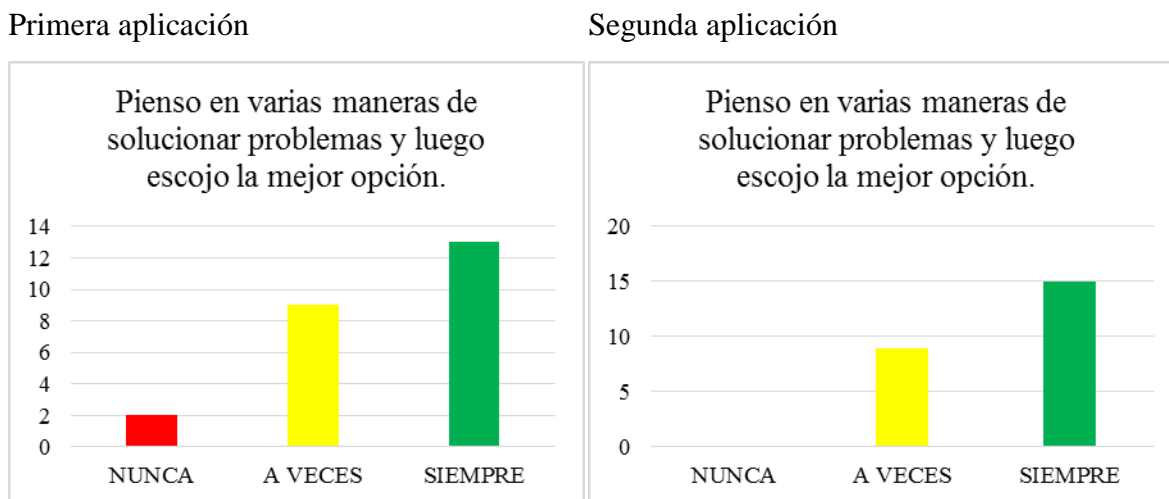
Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes a la entrevista semiestructurada – Indicadores 9,10,11,12.

### **Estrategias alternativas**

Aunque en la segunda aplicación del MAI Jr. (véase Figura 14), se aprecia una leve mejoría acerca de la búsqueda de estrategias alternativas, con lo observado durante los dos

momentos anteriores, se puede concluir que este proceso de la estrategia metacognitiva de la planeación y el monitoreo, se encuentra en un nivel de desarrollo bastante bajo, debido a la falta de exteriorización de las estrategias utilizadas para solucionar problemas y a la poca importancia que se le da a la planeación, en las clases de matemáticas.

**Figura 14. Ítem 8 - Cuestionario MAI Jr.**



Desde la perspectiva de Tamayo (2006), es importante que durante este proceso, se verifiquen, rectifiquen o replanteen las estrategias planteadas, razón por la cual, la búsqueda de estrategias alternativas debe recobrar importancia dentro del proceso de resolución de problemas, el estudiante debe empezar a reflexionar sobre los cambios que ha sufrido la estrategia inicial, observar qué ha motivado esos cambios, si se ha llevado a cabo el plan de acción de manera correcta o si mientras se han estado realizando las acciones de la estrategia, han surgido ideas que han desviado la atención de lo propuesto inicialmente. Si bien es importante que se encuentre una solución para un problema, también lo es el encontrar una nueva manera para que de esta forma, se puedan comparar las soluciones y se pueda elegir aquella que sea más eficiente, que requiera menos recursos, menos tiempo y sea la solución más apropiada para el problema.



## *Evaluación*

### **Proceso de aprendizaje**

“Este proceso, realizado al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; quien evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia” (Tamayo, 2006, p. 87.). En la Tabla 11, se registran las respuestas de los estudiantes a las preguntas formuladas en la entrevista semiestructurada, acerca de la evaluación.

**Tabla 11. Evaluación proceso de aprendizaje - Reenfoque**

<b>Pregunta</b>	<b>Respuesta</b>	<b>Análisis</b>
Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluaba su desempeño en la resolución de un problema? Sí, No ¿por qué?	EE1: “No porque no nos decían que hiciéramos eso”	En los relatos que ofrecen los estudiantes se observa que el proceso evaluativo en la mayor parte de sus vidas, provenía de parte del maestro; según comentan, no se les había permitido realizar una autoevaluación sobre su propio proceso de aprendizaje y reconocen que gracias al ejercicio, ahora son mucho más conscientes de cuándo aprenden algo o cuándo no.
	EE2: “No nos pedían hacer eso pero es bueno hacerlo en algunas actividades como en las que se necesita sumar, restar, multiplicar”	
	EE3: “No porque no nos decían que escribiéramos eso, ahora sé si aprendí lo de las clases o si me falta”	
	EE4: “No porque no sabía que tenía que hacer, ahora me doy cuenta de lo que no aprendí y lo que sí”	
	EE5: “Sólo nos pedían colocar la respuesta, el profe me calificaba”	
¿Considera que las actividades	EE1: “Sí porque nos ayuda mucho en el aprendizaje, nos	En estos comentarios, se aprecia que para los estudiantes, las

desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para su proceso formativo?	ayuda para aprender a plantear una estrategia y a revisarla” EE2: “Sí porque utilizando esos pasos puedo resolver cualquier problema” EE3: “Sí porque entiendo mejor los problemas, sé cuál es la operación que tengo que hacer y si he aprendido” EE4: “Sí porque es importante saber que sí aprendí y que no aprendí” EE5: “Sí porque es importante para desarrollar porque nos ayuda a mejorar nuestro desempeño”	actividades les han permitido tener una mejor comprensión de las actividades, determinar los conocimientos previos que necesitan, elaborar un plan de acción o estrategia para abordar la solución del problema, modificarla en caso de que sea necesario y reconocer cuándo han aprendido lo que se ha propuesto en las clases.
---	--	--

---

Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes a la entrevista semiestructurada – Indicadores 1 a 14.

## 9. CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la presente investigación, los problemas auténticos generan actitudes positivas en los estudiantes a la hora de resolverlos, parece ser que este tipo de problemas, permiten que los alumnos se impliquen en un proceso de análisis mucho más profundo, permitiéndoles comprender mejor la situación, seleccionar los conocimientos previos adecuados y la construcción y puesta en marcha de un plan de acción acorde que les permita llegar a la solución del problema.

La enseñanza de una heurística de resolución de problemas permite que el estudiante realice una mayor sistematización del proceso, puesto que debe empezar por comprender la información que se le brinda, realizar una representación mental de ser posible, elaborar algunas estrategias para abordar la solución y llevarlas a cabo; del mismo modo, posibilita una autoevaluación a través de la identificación de los errores, las dificultades y/o fortalezas que se han tenido en cada una de las fases.

La heurística de Miguel de Guzmán apoyó el proceso de resolución de problemas en la medida en que le permite a los estudiantes encontrar el objeto matemático apropiado para la solución del problema; así mismo, le proporciona al docente la oportunidad de realizar una diagnosis de los errores más comunes entre los estudiantes con el propósito de generar una estrategia que le permita solucionarlos.

Las estrategias metacognitivas facilitaron la resolución de problemas auténticos en los estudiantes de grado cuarto, ya que permitieron la elaboración y puesta en marcha de diferentes planes de acción o estrategias para abordar su solución; de la misma manera, les brindó a los estudiantes, la posibilidad de validar cada uno de los pasos formulados en estos planes y evaluar si la solución encontrada, era la más adecuada para el problema.

La vinculación de la planeación dentro del proceso de resolución de problemas auténticos permite que el estudiante realice una reflexión interna sobre los conocimientos adquiridos

anteriormente y seleccione, el que considera más apropiado para el problema que se le está presentando; de la misma forma, posibilita la construcción de una estrategia apropiada y la selección de los recursos y el tiempo que se consideran necesarios para llegar a la solución del problema.

La vinculación del monitoreo dentro del proceso de resolución de problemas auténticos permite que el estudiante realice el seguimiento a la estrategia que ha planteado, y además, pueda validar si los pasos que se propusieron, son adecuados para el problema, de no ser así, permite que se emprendan acciones para la elaboración de estrategias alternativas, se reasignen los recursos y el tiempo que se habían contemplado anteriormente o se busque apoyo con fuentes externas.

La vinculación de la evaluación dentro del proceso de resolución de problemas auténticos permite que el estudiante verifique si ha conseguido los objetivos que se ha propuesto, si ha logrado resolver los problemas o si no, y las razones por las cuales se ha llegado hasta donde se ha logrado llegar. Cabe destacar, que este proceso muestra un menor desarrollo en los estudiantes, debido al enfoque que se le ha dado tradicionalmente en el sistema educativo colombiano, en el cual prima la respuesta por encima del proceso que se ha llevado a cabo para encontrarlo.

## **10. RECOMENDACIONES**

Los resultados de la presente investigación muestran indicios de que la vinculación de la regulación metacognitiva favorece la toma de conciencia sobre los propios procesos cognitivos, razón por la cual es indispensable seguir realizando estudios enfocados en esta línea, que permitan que los estudiantes realicen aprendizajes mucho más autónomos y profundos.

Teniendo en cuenta que los procesos metacognitivos se desarrollan de manera interna, es necesario el diseño de instrumentos con preguntas específicas que permitan la indagación acerca de la planeación, el monitoreo y la evaluación, sin estas preguntas, los estudiantes no exteriorizan la mayoría de las acciones que llevan a cabo a la hora de resolver un ejercicio, un problema o una tarea.

Es importante que en trabajos futuros que se enfoquen en esta misma línea, se profundice en los estudiantes sobre la búsqueda de distintas estrategias para la solución de un problema, ya que se les presentan algunas dificultades para la construcción de más de un plan de acción.

Es necesario reforzar el trabajo en clases sobre la planeación, es el primer proceso que se realiza y es de los más importantes, puesto que con un buen plan de trabajo, la solución del problema es mucho más sencilla; si se dedica una buena cantidad de tiempo para reconocer la información importante, lo que se debe hacer en cada problema y se logran identificar los conocimientos previos requeridos así como los recursos necesarios, los siguientes procesos se realizarán de manera rápida y eficiente.

Uno de los procesos de regulación metacognitiva en los cuales se observaron mayores dificultades en los estudiantes, fue en la evaluación, razón por la cual es preciso enfocar mayores esfuerzos dentro de las clases para que los estudiantes sean partícipes de su proceso evaluativo, reflexionando acerca de las dificultades que han tenido, sus fortalezas

en la realización de las actividades y el grado de comprensión alcanzado para cada uno de los objetos matemáticos propuestos en clases.

## 11. REFERENCIAS

- Abdolhossini, A. (2012). The effects of cognitive and meta – cognitive methods of teaching in mathematics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 46 (2012) 5894 – 5899. doi: 10.1016/j.sbspro.2012.06.535
- Alonso Sánchez, M., Gil Pérez, D., & Martínez Torregrosa, J. (1996). Evaluar no es calificar. La evaluación y la calificación en una enseñanza constructiva de las ciencias. *Revista Investigación en la Escuela*, (30), 15-26.
- Aydin, U., & Ubuz, B. (2010). Turkish Version of the Junior Metacognitive Awareness Inventory: An Exploratory and Confirmatory Factor Analysis. *Eğitim ve Bilim*, 35(157), 30.
- Barros, C. A., Castro, R. B., Torné, A. C., & Yaruro, M. F. (2011). Desarrollo de la metacognición al resolver problemas de adición de números enteros. Zona próxima: revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación, (14), 90-111.
- Blanco, J. L. (1996). La resolución de problemas. Una revisión teórica. *Suma*, 21, 11-20.
- Buitrago, S., & García, L. (2012). Procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Manizales, Manizales.
- Cáceres, M., Chamoso, J., Sánchez, B., Rodríguez, M., Corcho, P., & Cárdenas, J. (2015). Tareas auténticas, ¿un objetivo para la enseñanza obligatoria? Recuperado el 20 de marzo de 2017 de: <http://17jaem.semrm.com/aportaciones/n108.pdf>
- Chamoso, J., Manchado, E., Muñoz, D., & Vicente, S. (2013). Los problemas de matemáticas escolares de primaria, ¿son solo problemas para el aula? En S. González (Presidencia), *CEMACYC I*. Conferencia llevada a cabo en el I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe, Santo Domingo, República Dominicana.
- Couso, D., Izquierdo, M., & Rubilar, C. M. (2008). La resolución de problemas. Áreas y Estrategias de Investigación en la Didáctica de las Ciencias Experimentales, 37.
- De Guzmán, M. D. (1995). Para pensar mejor: desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos (No. 153.42 G993p). Madrid, ES: Edit. Pirámide.
- De Guzmán, M. (2007). Y la matemática. *Revista iberoamericana de educación*, 43, 19-58.

- Estrada, R. E. L., & Deslauriers, J. P. (2011). La entrevista cualitativa como técnica para la investigación en Trabajo Social. *Margen: revista de trabajo social y ciencias sociales*, (61), 2-19.
- Fernández, A. G. (1993). Aprendizaje autorregulado de la lectura. *Revista de psicología general y aplicada: Revista de la Federación Española de Asociaciones de Psicología*, 46(3), 351-359.
- Flavel, J. (1985). *El desarrollo cognoscitivo*. Madrid: Visor.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2003). Metodología de la investigación. *La Habana: Editorial Félix Varela*, 2.
- Huertas Bustos, A. P., Vesga Bravo, G. J., & Galindo León, M. (2014). Validación del instrumento Inventario de habilidades metacognitivas (MAI) con estudiantes colombianos. *Praxis & Saber*, 5(10), 56-74.
- Jorba, J., & Sanmartí, N. (1993). La función pedagógica de la evaluación. *Aula de innovación educativa*, 20, 20-30.
- Klimenko, O., & Álvarez, J. (2009). Aprender cómo aprendo: la enseñanza de estrategias metacognitivas. *Investigación pedagógica* 12 (2), 11 – 28.
- Lozada, G., & Santos, D. (2013). ¿Es posible hacer evidentes los procesos de metacognición en la resolución de problemas? *Revista científica, edición especial octubre 2013*, 47 – 50.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1989). *Pensar matemáticamente*. Madrid: Editorial Labor.
- Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: MEN.
- Muñoz Mesa, L. M., Londoño Orrego, S. M., Jaramillo López, C. M., & Villa-Ochoa, J. A. (2014). Contextos auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares. *Revista Católica del Norte*, no. 42, may-ago. 2014.
- Palarea, M. M., Hernández, J. y Socas, M. M. (2001). Análisis del nivel de conocimientos de Matemáticas de los alumnos que comienzan la Diplomatura de Maestro. En Socas, Camacho y Morales (Eds.), *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática III*, 213-226. CAMPUS. La Laguna.



- Paris, S.; Cross, D. & Lipson, M. (1984). 'Informed Strategies for Learning: A Program to Improve Children's Reading Awareness and Comprehension'. *Journal of Educational Psychology* [76, 6, 1239-1252].
- Pifarré, M., & Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO. *Enseñanza de las Ciencias*, 19(2), 297-308.
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: grupo editorial trillas.
- Schraw, G. & Dennison, R. (1994). 'Assessing metacognitive awareness'. *Contemporary Educational Psychology* [19, 460-475].
- Schraw, G. & Moshman, D. (1995). 'Metacognitive Theories'. *Educational Psychology* [7, 351-371].
- Sperling, R.; Howard, B.; Miller L. & Murphy, C. (2002). 'Measures of Children's Knowledge and Regulation of Cognition'. *Contemporary Educational Psychology* [27, 51-79].
- Tamayo, M. (2006). La Metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. En: *Los bordes de la pedagogía: del modelo a la ruptura* (pp 275-306). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá: Net Educativa Editorial.
- Tamayo Alzate, Ó. E., Vasco Uribe, C. E., Suárez De la Torre, M. M., Quiceno Valencia, C. H., García Castro, L. I., & Giraldo Osorio, A. M. (2013). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación.
- Tesouro, M. (2015). *La metacognición en la escuela: la importancia de enseñar a pensar*. Girona: Aula intelimundo.
- Troncoso, O. (2013). Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas: una intervención en el aula para determinar las implicaciones de la implementación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas. Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia.
- Velázquez, S., Slisko, J., & Nolasco, H. (2013). Actitudes que producen los problemas planteados en los libros de textos de matemáticas de educación secundaria. Una experiencia con profesores y alumnos.

Vicente, S., & Manchado, E. (2016) Arithmetic word problem solving. Are authentic word problems easier to solve than standard ones? / Resolución de problemas aritméticos verbales. ¿Se resuelven mejor si se presentan como problemas auténticos?, *Infancia y Aprendizaje*, 39:2, 349-379, DOI: 10.1080/02103702.2016.1138717

## 12. ANEXOS

### 12.1. Anexo 1 - Unidad didáctica

#### Anexo 1. Unidad Didáctica

Momento	Objetivo	Actividades	Propósito	Descripción de las actividades	Tiempo
Primer momento	Identificar las ideas previas que poseen de los estudiantes respecto a la resolución de problemas auténticos y las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.	Actividad AU1: Cuestionario MAI Jr.	Identificar las estrategias metacognitivas presentes en los estudiantes al momento de realizar una tarea.	Se realiza aplicación del cuestionario MAI JR (Metacognitive Awareness Inventory), ver Anexo 1.	15 minutos
		Actividad AU2: Situación problema	Determinar los conocimientos previos de los estudiantes respecto a estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.	Se realiza aplicación de instrumento con una situación asociada a los números decimales, acompañada de una serie de preguntas para indagar acerca de las estrategias	4 horas de clases (220 minutos)

				metacognitivas presentes en los estudiantes.	
		Actividad AU3: Resolución de un problema auténtico	Determinar la manera en que el estudiante aborda la resolución de un problema auténtico.	Se presenta un problema acompañado de una serie de preguntas que irán guiando su solución.	2 horas de clase (110 minutos)
Segundo momento	Ilustrar a los estudiantes respecto de la heurística de resolución de problemas de Miguel De guzmán y su relación con las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.	Actividad AD1 – Heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán	Instruir a los estudiantes en la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán, asociando las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación que se presentan.	El maestro muestra la solución de un problema auténtico utilizando la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán.	2 horas de clase (220 minutos)

		Actividad AD2: Adquisición de la destreza en el uso de la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán	Analizar la comprensión lograda en los estudiantes relacionada con la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán.	Se plantea la solución de dos problemas auténticos que serán discutidos en grupos por parte de los estudiantes tratando de encontrar en el primer caso, la mejor opción de solución para el problema y en el segundo caso, deben encontrar los errores que se han cometido y corregirlos oportunamente .	4 horas de clase (220 minutos)
		Actividad AD3: Problema en la nube	Utilizar la herramienta Formularios de Google Docs para la	Se elabora un problema auténtico y se monta en la plataforma de	2 horas de clase (110 minutos)

			resolución de un problema auténtico.	formularios de Google, para que lo resuelvan los estudiantes.	
Tercer momento	Analizar la efectividad de las actividades planteadas en la unidad didáctica relacionadas con la solución de problemas auténticos y las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.	Actividad AR1: Cuestionario MAI Jr.	Identificar los cambios en las habilidades metacognitivas presentes en los estudiantes, después de la aplicación de la Unidad Didáctica.	Se realiza una nueva aplicación del cuestionario MAI JR (Metacognitive Awareness Inventory), ver Anexo 1.	15 minutos
		Actividad AR2: Entrevista semiestructurada	Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas auténticos con el desarrollo de las	Se realiza entrevista a 5 estudiantes a quienes se les cuestiona respecto a la efectividad de las actividades enfocadas hacia la resolución de problemas	4 horas de clase (220 minutos extraclase )

			habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.	auténticos, la forma como lograron superar los obstáculos que presentaban al inicio de las actividades y las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.	
--	--	--	---	--	--

### MOMENTO DE UBICACIÓN

#### Actividad 1. Cuestionario MAI Jr.

**Propósito:** Identificar las habilidades metacognitivas presentes en los estudiantes al momento de realizar una tarea.

Lee los siguientes enunciados y encierra la respuesta que refiere a la manera en que realizas los trabajos de clase o tareas. Por favor responde de la manera más honesta posible.

1. Sé o reconozco cuando entiendo algo.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
2. Puedo realizar un aprendizaje autónomo cuando lo necesito.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
3. Trato de usar métodos de estudio que han funcionado para mí	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
4. Sé lo que el profesor espera que yo aprenda.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
5. Aprendo mejor cuando ya conozco algo acerca del tema.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
6. Dibujo o elaboro diagramas para entender mejor mientras estoy aprendiendo algo.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
7. Cuando ya he hecho mis tareas me pregunto a mí mismo si he aprendido lo que quería aprender.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
8. Pienso en varias maneras de solucionar problemas y luego escojo la mejor opción.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>

9. Pienso sobre lo que necesito aprender antes de comenzar a trabajar.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
10. Me pregunto a mí mismo qué tan bien lo estoy haciendo mientras estoy aprendiendo algo nuevo.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
11. Realmente pongo atención a la información importante.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
12. Aprendo más cuando estoy interesado en el tema.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>

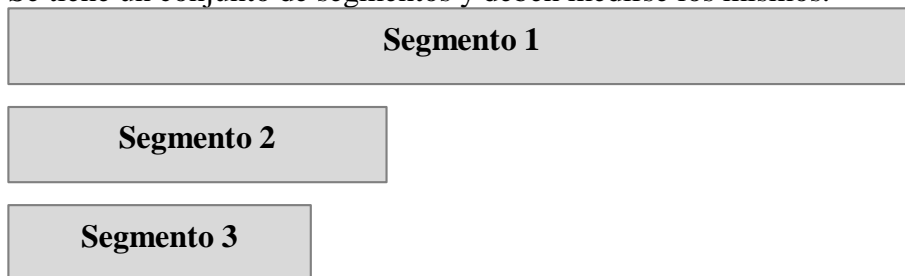
## Actividad 2. Situación problema

**Propósito:** Determinar los conocimientos previos de los estudiantes respecto a los números decimales.

Históricamente, los números naturales le han permitido al hombre resolver algunas de las situaciones de conteo que se presentaban en el entorno. Si se necesitaba agregar una cantidad a otra o por el contrario quitar cantidades de un conjunto, nuestros antepasados tenían diferentes estrategias para realizarlas. Por otra parte, si se quería repartir una cantidad en partes iguales, la mayoría de veces este tipo de problema se podía resolver simplemente con los números naturales o también si se deseaba encontrar el área o el volumen de un espacio. Pero se presentaron una serie de situaciones que hicieron al hombre pensar que tal vez los números naturales no eran suficientes para solucionar todos los problemas.

¿Qué piensa acerca de lo anterior? ¿Por qué cree que nuestros antepasados pudieron pensar en eso? Para tratar de fortalecer tu respuesta, vamos a analizar la siguiente situación:

1. Se tiene un conjunto de segmentos y deben medirse los mismos.

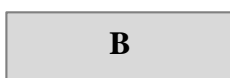
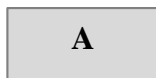




### Segmento 4

Las condiciones son las siguientes: Los segmentos **NO DEBEN** medirse con una regla usual sino con las reglas que se darán a continuación y luego debe anotarse su medida exacta en la tabla que aparece al final.

#### Reglas



- Medir cada uno de los segmentos con la regla A.
- Medir cada uno de los segmentos con la regla B.
- Medir cada uno de los segmentos con la regla C.

Medida del segmento	Regla A	Regla B	Regla C
1			
2			
3			
4			

➤ ¿Entendió lo que la situación le pide? Sí \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

➤ ¿Podría escribir la situación con sus propias palabras? \_\_\_\_\_

➤ Formula un plan o secuencia de al menos tres pasos antes de desarrollar la tarea propuesta, no olvide explicar cada uno de esos pasos.  
Primer paso: \_\_\_\_\_

Segundo paso: \_\_\_\_\_

Tercer paso: \_\_\_\_\_

Cuarto paso: \_\_\_\_\_

- Escribe ¿cuáles fueron las principales dificultades u obstáculos que se presentaron mientras desarrollaba la tarea? Justifique sus respuestas.

---

---

---

- ¿Qué hizo para superar el obstáculo o la dificultad presentada?

---

- ¿La estrategia que planteó es adecuada? Sí \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué?

---

---

---

- ¿Por qué cree que las respuestas que dio son correctas? Justifique su respuesta.

---

---

---

- ¿Por qué piensa que estos pasos propuestos, le permitieron resolver el ejercicio?

---

---

---

- De 1 a 5 califica ¿cuál cree que fue su desempeño mientras resolvió el ejercicio propuesto? Justifique su respuesta.

---

---

---

### **Actividad 3. Resolución de un problema auténtico**

**Propósito:** Determinar la manera en que el estudiante aborda la resolución de un problema auténtico.

A la hora de resolver un problema es importante realizar una lectura profunda de la situación propuesta, reconocer la información trascendente y descartar aquella que no sea

necesaria, de esta manera se puede plantear una estrategia que permita resolverla y encontrar una solución acorde a las características del problema. A continuación, se plantea una situación, acompañada de una serie de preguntas que le pueden ayudar a solucionarla.

### **El mejor Horario**

Mateo de 12 años, quiere organizar una salida al cine con dos amigos de su misma edad durante la semana de vacaciones escolares. Las vacaciones empiezan el sábado, 07 de octubre, y terminan el lunes 16 de octubre. Mateo preguntó a sus amigos qué días y a qué horas podrían ir al cine. Recibió las siguientes respuestas:

- Camilo: Tengo que quedarme en casa el lunes, el miércoles y el viernes para practicar música de 2:30 PM a 4:30 PM.
- Sebastián: Tengo que ir a casa de mi abuela los fines de semana, de modo que no puede ser el sábado ni el domingo. Ya he visto “Lo que de verdad importa” y no quiero verla otra vez.

Los padres de Mateo insisten en que sólo vaya a ver películas recomendadas para su edad y en que no vuelva a casa caminando. Ellos llevarán a los compañeros a sus casas siempre que sea antes de las 10:00 PM. Mateo mira las horas de comienzo de las películas de la semana de vacaciones. Ésta es la información que encuentra:

<b>CINEMARK PLAZA IMPERIAL</b> <b>Reservas: (1) 6899445</b> <b>Miércoles de promoción</b>	
<b>El coco 2</b> Comedia 85 minutos Todos los días 02:15 PM - 03:45 PM 04:30 PM - 06:00 PM 06:45 PM - 08:20 PM <b>Para todos los públicos</b>	<b>My Little Pony</b> Animación 105 minutos Todos los días 01:50 PM - 04:20 PM <b>Para todos los públicos</b>
<b>Blade Runner 2049</b> Ciencia ficción 165 minutos Todos los días	<b>It Eso</b> Terror 135 minutos Todos los días

02:30 PM - 06:15 PM - 09:45 PM <b>No recomendada para menores De 12 años</b>	02:45 PM - 03:20 PM 05:45 PM - 06:30 PM 08:45 PM - 09:30 PM <b>Mayores de 15 años</b>
<b>Kingsman 2</b> Acción 145 minutos Todos los días 09:05 PM <b>Mayores de 15 años</b>	<b>Lo que de verdad importa</b> Comedia 115 minutos Todos los días 07:00 PM – 09:55 PM <b>Para todos los públicos</b>

Teniendo en cuenta la información que ha encontrado Mateo sobre las películas y las condiciones que le ponen sus amigos, ¿cuál o cuáles de las seis películas son las que podrían ir a ver Mateo y sus compañeros? ¿En cuáles horarios podrían ir a verlas? A continuación se presentan algunas preguntas que le serán de mucha utilidad en la búsqueda de la solución.

¿Quién es el personaje? ¿Qué necesita lograr?

---



---

¿Qué objeto matemático se debe utilizar?

---

¿Cuál es la estrategia que vas a utilizar para hallar el valor del objeto matemático?

Primer paso:

---



---

Segundo paso: \_\_\_\_\_

---

Tercer paso: \_\_\_\_\_

---

Cuarto paso:

---

¿Cómo sabes si la estrategia que propones es viable? ¿Cómo saber si no lo es?

---

---

---

Resuelve la estrategia

--

¿Por qué crees que los resultados son correctos?

---

---

---

¿Es posible desarrollar otras operaciones que no se hayan contemplado?

---

---

¿Qué significado tiene el resultado que has obtenido dentro de la situación?

---

---

---

---

¿Puedes realizarle alguna sugerencia al personaje?

---

---

---

---

¿Lograste solucionar el problema? Sí o No ¿Por qué?

---

---

---

---

¿Encontraste otra manera diferente de solucionar el problema?

---

---

---

---

¿Cuál es la manera más adecuada?

---

---

---

---

### **MOMENTO DE DESUBICACIÓN**

**Propósito:** Instruir a los estudiantes en la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán, asociando las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación que se presentan.

#### **Actividad 1. Heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán**

A continuación encontraras un problema cuya solución ha sido orientada a partir de ciertas preguntas, posteriormente, encontrarás otra situación para que pongas en práctica lo aprendido.

**¡De compras!**

¡Estamos a fin de mes, Mateo! –Sí, mamá y tenemos que ir a comprar el mercado para el mes siguiente. Ya casi no queda nada de lo comprado el mes anterior. Para ello, han

decidido ir al almacén éxito ya que todos los días tienen productos en oferta. Llevando el carro del mercado, Mateo observa que la leche no la venden por unidad sino que viene en paquetes de seis bolsas y que cada bolsa de leche dice 1,1 litro. Mateo le pregunta a su mami acerca de la cantidad de leche que viene en cada paquete, respondiéndole ella que es un valor entre 6 y 7 litros. Mateo un poco confundido le dice a su mami que entre 6 y 7 no hay ninguna cantidad-¿Qué le podría responder la mamá de Mateo? ¿Cuál es la cantidad de leche que viene en cada paquete?

¿Quién es el personaje? ¿Qué necesita lograr?	El personaje es la mamá de Mateo quien debe mostrarle a su hijo que existen cantidades entre dos números naturales.	¿Qué objeto matemático se debe utilizar?	Se debe utilizar la multiplicación de números decimales.
		¿Qué cantidades son necesarias para resolver la operación?	Cantidad de leche por bolsa: 1,1 <i>litro</i> Número de bolsas por paquete:6
¿Cuál es la estrategia que vas a utilizar para hallar el valor del objeto matemático?	Debo multiplicar la cantidad de leche que viene en cada bolsa, por el número de unidades que vienen por paquete.	¿Cómo sabes si la estrategia que propones es viable? ¿Cómo saber si no lo es?	Se debe realizar una multiplicación de números decimales porque la cantidad de leche que viene en cada bolsa es la misma.
Resuelve la estrategia			
$1.1 \times 6 = 6.6$ $\begin{array}{r} 11 \\ \times 6 \\ \hline 66 \\ \hline 66 \end{array}$			

¿Por qué crees que los resultados son correctos?	Las operaciones fueron desarrolladas correctamente	¿Es posible desarrollar otras operaciones que no se hayan contemplado?	En este caso no
¿Qué significado tiene el resultado que has obtenido dentro de la situación?	6,6 litros es la cantidad de leche que vienen en cada paquete, por esa razón la mamá de Mateo le dijo que era un valor que se encontraba entre 6 y 7 litros.		

¿Lograste solucionar el problema? Sí o No ¿Por qué? Sí lo logré solucionar ya que lo pude comprender y encontrar el objeto matemático necesario para su solución.

¿Encontraste otra manera diferente de solucionar el problema? Se puede cambiar el objeto matemático y en lugar de hacer una multiplicación de números decimales, puedo realizar una suma.

$$\begin{array}{r}
 1, 1 \\
 1, 1 \\
 1, 1 \\
 + 1, 1 \\
 1, 1 \\
 1, 1 \\
 \hline
 6, 6
 \end{array}$$

¿Cuál es la manera más adecuada? La primera en la que se utiliza la multiplicación, ya que me permite abreviar el proceso de la suma.



## **Actividad 2. Adquisición de la destreza en el uso de la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán**

**Propósito:** Analizar la comprensión lograda en los estudiantes relacionada con la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán.

La actividad está subida en el siguiente link:

<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfoRfpRTXsLvZlf0UjP0Jxf0qPzsrsWOotP1E9BlHbzkbEYKg/viewform>

### **Piscilago**

La familia de Juan Esteban, quiere irse este fin de semana de vacaciones, quieren desconectarse al menos dos días de la rutina en la ciudad. Para esto, han decidido viajar al municipio de Melgar (Tolima) para disfrutar de caminatas ecológicas, deportes extremos y en especial, de un parque acuático localizado a cinco minutos del municipio, llamado Piscilago.

Los padres de Juan Esteban, insisten en que siempre estarán acompañándolo debido a los riesgos de un parque acuático. Revisando en la página de internet del parque, Juan Esteban ha encontrado la siguiente información:



Atracción	Altura mínima	Atracción	Altura mínima
Megatobogán	1,3 m	Piscitornado	1,1 m
Pisciclón	1,1 m	Pisciloca	Sin restricción
Pisciflash	1,1 m	Bosque de lluvia	1 m
Piscigiros	1,1 m	Parque acuático infantil	1 m
Piscihuracanes	1,2 m	Lago	sin restricción
Piscipulpo	1,1 m		

Teniendo en cuenta que Juan Esteban mide 1,15 m, la información que ha encontrado en la página de Piscilago acerca de las atracciones acuáticas y la condición propuesta por sus padres, ¿en cuál o en cuáles de las atracciones puede ingresar Juan Esteban y sus padres?

### ¡Artesanías Colombianas!

Algunas tribus indígenas colombianas son reconocidas por la elaboración de artesanías de exótica belleza y altísima calidad que son consideradas como un magnífico recuerdo por parte de turistas no sólo de nuestro país sino de diferentes partes del mundo. Ricardo González, es uno de los empresarios que ha decidido exportar la cultura de nuestro país a

todos los rincones del mundo. Para este año, ha adquirido un contrato para la exportación de mochilas Taironas, elaboradas por los indígenas de la sierra nevada de Santa Marta para la compañía estadounidense “Magnific gifts”. Dicho contrato consiste en enviar 100 mochilas mensuales por todo un año.

Si cada mochila es vendida a US\$17,8 ¿Cuánto dinero en dólares habrá recaudado al finalizar el contrato? Si cada dólar es cambiado actualmente a \$2.980 cada uno, ¿cuánto dinero en pesos colombianos habrá recaudado?

A continuación se encuentra la solución completa del problema, sin embargo, en algunos de los pasos se han cometido ciertos errores, encuéntralos y corrígelos para que la solución sea verdadera.

¿Quién es el personaje? ¿Qué necesita lograr?

El personaje es Ricardo González, quien quiere saber cuánto dinero habrá recolectado al cabo de un mes, por las ventas de las mochilas Taironas.

¿Qué objeto matemático se debe utilizar?

Ricardo debe utilizar la multiplicación de números decimales.

¿Cuál es la estrategia que vas a utilizar para hallar el valor del objeto matemático?

Primer paso: multiplicar el valor de cada mochila en dólares, por su equivalente en pesos colombianos

Segundo paso: después de encontrar el valor de cada mochila en pesos colombianos, multiplicar este valor por la cantidad de mochilas que se exportan en un mes.

¿Encontraste otra manera diferente de solucionar el problema?

El problema puede ser resuelto utilizando la suma de números decimales, ya que el mismo valor de las mochilas es el mismo.

¿Cuál es la manera más adecuada?

Debido a que las cantidades que ofrece el problema son bastante grandes, es mejor utilizar la multiplicación de números decimales.

¿Qué cantidades son necesarias para resolver la operación?

Precio del dólar: \$2.980

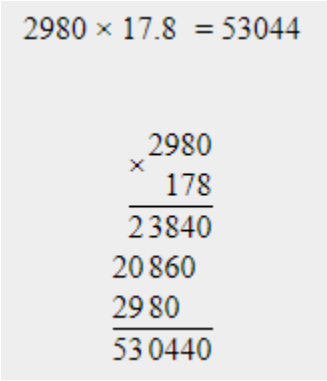
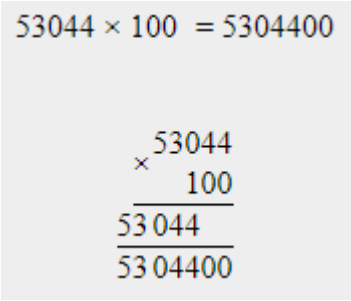
Valor mochila en dólares: US\$17,8

Mochilas exportadas en un mes: 100

¿Cómo sabes si la estrategia que propones es viable? ¿Cómo saber si no lo es?

Se debe realizar una multiplicación de números decimales porque el valor de cada mochila es el mismo.

Resuelve la estrategia

<p>Primer paso:</p> $2980 \times 17.8 = 53044$ 	<p>Segundo paso:</p> $53044 \times 100 = 5304400$ 
--	---

¿Por qué crees que los resultados son correctos?

---

---

---

¿Qué significado tiene el resultado que has obtenido dentro de la situación?

Significa que Ricardo recibe al finalizar su contrato, la cantidad de \$5.304.400 por la venta de las mochilas.

---

¿Lograste encontrar los errores en la solución del problema? Sí o No ¿Por qué?

---

---

---

### **Actividad 3. Problema en la nube**

**Propósito:** Utilizar la herramienta Formularios de Google Docs para la resolución de un problema auténtico.

A continuación encontrarás un problema acompañado con las preguntas guía que se han venido trabajando en la clase, resuélvelas todas y dale enviar al final.

#### **New York Art 'We discover the talent hidden in you'**

La traducción del eslogan de la nueva escuela de artes New York Art es "descubrimos el talento escondido en ti". La escuela ha tenido tal éxito, que ha sobrepasado los límites de matrículas en 12 cupos en el programa de danza, en 36 en el de pintura, y en 8 en el de artes escénicas. Harold Smith, el director de la escuela, debe garantizarles a todos los estudiantes inscritos; el material necesario para sus clases; por eso debe adquirir caballetes para los estudiantes de pintura adicionales. Cada caballete cuesta 49,3 dólares, el director piensa que todo su presupuesto mensual (1500 dólares) no será suficiente para comprar los caballetes. ¿Harold tendrá que contar con el presupuesto del mes que viene para poder comprar los caballetes que el programa de pintura necesita?

### **MOMENTO DE REENFOQUE**

#### **Actividad 1. Cuestionario MAI Jr.**

**Propósito:** Identificar los cambios en las habilidades metacognitivas presentes en los estudiantes, después de la aplicación de la unidad didáctica.

Lee los siguientes enunciados y encierra la respuesta que refiere a la manera en que realizas los trabajos de clase o tareas. Por favor responde de la manera más honesta posible.

1. Sé o reconozco cuando entiendo algo.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
2. Puedo realizar un aprendizaje autónomo cuando lo necesito.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
3. Trato de usar métodos de estudio que han funcionado para mi	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
4. Sé lo que el profesor espera que yo aprenda.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
5. Aprendo mejor cuando ya conozco algo acerca del tema.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
6. Dibujo o elaboro diagramas para entender mejor mientras estoy aprendiendo algo.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
7. Cuando ya he hecho mis tareas me pregunto a mí mismo si he aprendido lo que quería aprender.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
8. Pienso en varias maneras de solucionar problemas y luego escojo la mejor opción.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
9. Pienso sobre lo que necesito aprender antes de comenzar a trabajar.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
10. Me pregunto a mí mismo qué tan bien lo estoy haciendo mientras estoy aprendiendo algo nuevo.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
11. Realmente pongo atención a la información importante.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
12. Aprendo más cuando estoy interesado en el tema.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>

## Actividad 2. Entrevista semiestructurada

**Propósito:** Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas auténticos con el desarrollo de las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.

1. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿utilizaba alguna secuencia de pasos para la solución de un problema? Sí \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué? [Indicadores 1, 2, 3, 4.](#)
2. Después de realizar las actividades de la UD, ¿considera necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan, para la solución de un problema? [Indicadores 5, 6, 7, 8.](#)
3. Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realiza para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado? [Indicadores 9, 10, 11, 12.](#)
4. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluaba su desempeño en la resolución de un problema? Sí \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué? [Indicadores 13, 14.](#)

5. ¿Considera que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para su proceso formativo? Sí \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué? [Indicadores 1 a 14.](#)

## 12.2. Anexo 2- MAI Jr.

### Anexo 2. MAI Jr.

1. Sé o reconozco cuando entiendo algo.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
2. Puedo realizar un aprendizaje autónomo cuando lo necesito.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
3. Trato de usar métodos de estudio que han funcionado para mi	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
4. Sé lo que el profesor espera que yo aprenda.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
5. Aprendo mejor cuando ya conozco algo acerca del tema.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
6. Dibujo o elaboro diagramas para entender mejor mientras estoy aprendiendo algo.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
7. Cuando ya he hecho mis tareas me pregunto a mí mismo si he aprendido lo que quería aprender.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
8. Pienso en varias maneras de solucionar problemas y luego escojo la mejor opción.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
9. Pienso sobre lo que necesito aprender antes de comenzar a trabajar.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
10. Me pregunto a mí mismo qué tan bien lo estoy haciendo mientras estoy aprendiendo algo nuevo.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
11. Realmente pongo atención a la información importante.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>
12. Aprendo más cuando estoy interesado en el tema.	<b>Nunca</b>	<b>A veces</b>	<b>Siempre</b>

## 12.3. Anexo 3 – Entrevista semiestructurada

### Anexo 3. Entrevista semiestructurada

**Propósito:** Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas auténticos con el desarrollo de las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.

1. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿utilizaba alguna secuencia de pasos para la solución de un problema? Sí \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué? Indicadores 1, 2, 3, 4.
2. Después de realizar las actividades de la UD, ¿considera necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan, para la solución de un problema? Indicadores 2, 5, 6, 7, 8.
3. Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realiza para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado? Indicadores 9, 10, 11, 12.
4. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluaba su desempeño en la resolución de un problema? Sí \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué? Indicadores 13, 14.
5. ¿Considera que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para su proceso formativo? Sí \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué? Indicadores 1 a 14.